

ELETROMAGNETISMO

Problema [valor 10,0]:

1. Em problemas físicos que envolvem cargas pontuais ou distribuições simples de cargas, podemos usar as seguintes equações da eletrostática no vácuo diretamente:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \nabla \times \vec{E} &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Esta descrição só vale para átomos e íons, que podem ser vistos como cargas pontuais (dimensões típicas de 10^{-8} cm, ou 10^{-24} cm³). Em estruturas cristalinas (dimensões típicas de 10^{-2} cm ou maiores), nós lidamos com aproximadamente 10^{18} partículas carregadas. Neste caso, o campo \vec{E} produzido pelos íons poderia ser descrito por

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{\text{cristal}} \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3},\tag{2}$$

onde $\rho(\vec{r}')$ é a densidade de cargas somada ao longo do volume de todo o cristal e r denota a posição de observação, fora do cristal. É impossível determinar $\rho(\vec{r}')$ para todos os 10^{18} íons; além disso, por causa das vibrações dos átomos a densidade de carga $\rho(\vec{r}')$ flutua com o tempo.

- a) Que procedimentos você adotaria para resolver este problema e encontrar o campo macroscópico produzido por um cristal?

O campo médio produzido pelos íons do cristal dielétrico quando este é submetido a um campo externo pode ser escrito como

$$\langle \vec{E}(\vec{r}) \rangle = -\nabla \int_{\text{cristal}} dV' \left[\frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + P(\vec{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right]\tag{3}$$

- b) Descreva alguns aspectos físicos da grandeza $P(\vec{r}')$ que surge nesta solução.
- c) Qual o significado físico de cada termo do integrando? Usando o teorema da divergência ($\nabla \cdot (fF) = f\nabla \cdot F + F \cdot \nabla f$), reescreva o segundo termo como uma soma de outros dois termos. O que representa cada um deles?
- d) O que você faria para obter o equivalente das equações (1) para um meio material? Escreva explicitamente as equações obtidas e interprete cada um dos seus termos resultantes.