

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
EXAME DE SELEÇÃO
ENTRADA 2009.2

DISCIPLINA: ELETROMAGNETISMO

- 1) Considere as equações de Maxwell escritas em um meio genérico de índice de refração n :

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} = \vec{j}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (4)$$

- (a) Sendo $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, é correto afirmar que o meio em questão é anisotrópico para propagação de ondas eletromagnéticas? Explique. [Valor: 1,0 pt]
- (b) Partindo das equações de Maxwell, escreva equações de onda para os campos $\vec{H}$ e $\vec{E}$ aplicando o operador rotacional nas eqs. (1) e (2). Use $\vec{j} = g \vec{E}$ e $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$. [Valor: 1,5 pts]
- (c) Seja $\vec{A}$ o potencial vetor, e ϕ o potencial escalar. Partindo da relação $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, e substituindo-a na Eq. (2), obtenha $\vec{E} = -\nabla \phi - \partial \vec{A} / \partial t$. Explique o seu procedimento. [Valor: 1,0 pt]
- (d) Usando as relações $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ e $\vec{E} = -\nabla \phi - \partial \vec{A} / \partial t$, obtenha as equações de onda para o potencial vetor e para o potencial escalar. No final do seu cálculo, use a condição do “gauge” de Lorentz, $\nabla \cdot \vec{A} + \varepsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \phi = 0$, para colocar suas equações numa forma mais conhecida. [Valor: 1,5 pts]
- (e) Qual o significado do “gauge” de Lorentz? O que caracteriza este “gauge”? Por que é importante fixar uma condição de gauge no eletromagnetismo? Pense também em termos do número de graus de liberdade físicos do campo eletromagnético e de graus de liberdade representados por $\vec{A}$ e ϕ . [Valor: 1,0 pts]
- (f) Considere agora que os campos elétrico e magnético possuem uma dependência harmônica da forma, $\vec{E}(r,t) = \vec{E} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$, $\vec{B}(r,t) = \vec{B} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$, onde $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são vetores constantes. Reescreva as equações de Maxwell nesta condição em termos de $\vec{k}$, ω , $\vec{E}$, $\vec{B}$, K , c (velocidade da luz no vácuo). Use aqui $\varepsilon = K \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$. [Valor: 1,5 pts]
- (g) Identifique o vetor $\vec{k}$, e o situe espacialmente em relação aos campos $\vec{B}$ e $\vec{E}$. Este vetor será sempre ortogonal aos campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$? Explique. Que condição devemos ter para que $\vec{k}$ seja ortogonal aos campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$? Explique. [Valor: 1,5 pts]
- (h) Partindo das equações obtidas no item (f), escrita na ausência de fontes, mostre que vale: $k = \sqrt{K} \omega / c$ (para ondas transversais). Identifique o índice de refração n nesta relação. [Valor: 1,0 pts]

Dicas: $\nabla \times \nabla \times \vec{Z} = \nabla \nabla \cdot \vec{Z} - \nabla^2 \vec{Z}$, $\varepsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$.