UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

EXAME DE SELEÇÃO ENTRADA 2010.1

DISCIPLINA: MECÂNICA ESTATÍSTICA

1 Em Física Estatística, comenta-se bastante sobre as distribuições de Fermi-Dirac e Bose-Einstein.

(a) O que tais distribuições representam? Escreva estas duas distribuições, explicando o seu significado e como diferenciam o comportamento de bósons e férmions. [Valor: 1,0 pt]

(b) Trace o gráfico da distribuição de Fermi-Dirac no limite de baixas temperaturas ($T \to 0$).Trace o gráfico da distribuição de Fermi-Dirac para $T > 0$. O que estes gráficos indicam? [Valor: 1,0 pt]

(c) Que interpretação física pode-se dar ao potencial químico, μ? Qual o potencial químico de um sistema da N fótons? Saiba que a função de partição deste sistema não depende de N. [Valor: 1,0 pt]

Dica: $\langle n \rangle = \dfrac{1}{e^{\beta(E-\mu)} \pm 1}$, onde μ é o chamado potencial químico, dado por $\mu = \dfrac{\partial F}{\partial N}$, e $\beta = 1/k_B T$

2 Considere um sistema composto por uma partícula sujeita a um potencial tipo $kx^2/2$ (oscilador harmônico quântico), cuja energia é $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$.

(a) Calcule a função de partição para este sistema. [Valor: 1,0 pt]

(b) Calcule a energia média deste sistema. Obtenha esta energia no limite em que $\hbar\omega << k_B T$. [Valor: 1,5 pt]

(c) Considere agora um sistema composto por N osciladores harmônicos independentes. Determine a função de partição e calcule a energia média para este novo sistema. [Valor: 1,0 pt]

(d) Calcule o calor específico. Mostre que no regime de altas temperaturas, o calor específico é dado pela lei de Dulong e Petit. Explique porque este sistema de N osciladores descreve efetivamente o calor específico de um sólido. [Valor: 1,0 pt]

3 Considere um gás monoatômico composto por N moléculas idênticas de massa m, confinado em um recipiente de volume V, em contato com um reservatório térmico à temperatura T. Seja $\vec{r}_i$ e $\vec{p}_i$ a posição e o momento da i-ésima partícula do gás, de modo que a energia total do gás é escrita como $E = \sum_i \dfrac{p_i^2}{2m} + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, ..., \vec{r}_N)$, onde $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, ..., \vec{r}_N)$ representa a energia potencial entre as partículas do gás.

(a) Sendo a função de partição dada por $Z = \int \left\{ e^{-\beta E} \right\} d^3\vec{r}_1 ... d^3\vec{r}_N d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{p}_N$, calcule-a para um **gás ideal** realizando as integrações necessárias. [Valor: 2,5 pts]

(b) Calcule a energia média do gás e a energia média por partícula. Qual princípio da teoria cinética dos gases pode ser lido deste resultado? Enuncie-o. [Valor: 1,0 pt]

Dicas: $Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta E_n}$, $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \dfrac{1}{1 - e^{-x}}$, $\bar{E} = -\dfrac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$, $C_V = \left(\dfrac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right)_V$, $\bar{p} = \dfrac{1}{\beta} \dfrac{\partial}{\partial V} \ln Z$,

$F = -\beta \ln Z$, $\int d^3\vec{r}_i = V$, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2m} p^2} d^3\vec{p} = \iiint e^{-\frac{\beta}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} dp_x dp_y dp_z$, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi / a}$.