Universidade Federal do Maranhão
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Física

Exame de Seleção para Ingresso no 2º. Semestre de 2010

Disciplina: Eletromagnetismo

1. Duas cargas pontuais q_1 e q_2 estão localizadas sobre o eixo z separadas por uma distância d.

a) Encontre o potencial elétrico na coordenada (r, θ, ϕ).

b) Determine o vetor campo elétrico.

c) Encontre a energia armazenada no campo elétrico.

d) Um dipolo elétrico é formado se $q_1 = -q_2$. Encontre uma expressão aproximada para o potencial e o campo elétrico para pontos muito distantes do dipolo $(r >> d)$.

e) A equação das linhas de campo no limite deste campo distante que é em todos os pontos tangente ao campo elétrico, é encontrada através de:

$$\frac{dr}{rd\theta} = \frac{E_r}{E_\theta}$$

Encontre a equação das linhas de campo que passa através do ponto $(r = r_0, \theta = \frac{\pi}{2})$.

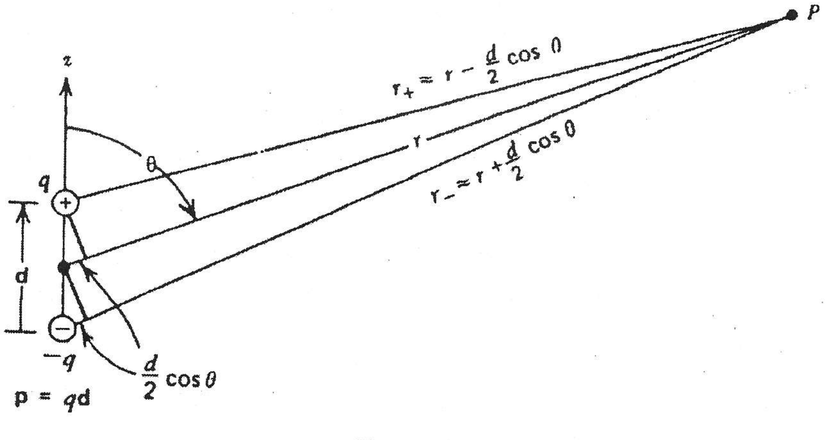

Figura 1

2. Uma folha possui densidade de corrente

$$\vec{K} = \hat{e}_x K_0 e^{i\omega t}, \qquad Amperes/metro$$

e está localizada em $z = 0$, como mostra a Figura 2, com vácuo se estendendo de $-\infty < z < 0$, e um plasma se estendendo em $z > 0$. A região de plasma possui permissividade dielétrica ε e permeabilidade magnética no vácuo μ_0 obedecendo à seguinte lei;

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \omega_p^2 \varepsilon \vec{E}$$

onde ω_p é a freqüência de oscilação do plasma.

a) Se todos os campos são da forma:

$$\vec{J}(z,t) = \vec{J}(z) e^{i\omega t}$$

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}(z)e^{i\omega t}$$
$$\vec{H}(z,t) = \vec{H}(z)e^{i\omega t},$$

qual é a condutividade complexa do plasma, $\sigma(\omega)$, na região do plasma definido como:

$$\vec{J}(z) = \sigma(\omega)\vec{E}(z)?$$

b) A lei de Ampère na região do plasma torna-se:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(z) = \vec{J}(z) + i\omega\varepsilon\vec{E}(z) = i\omega\varepsilon(\omega)\vec{E}(z)$$

Qual é a permissividade dependente da freqüência $\varepsilon(\omega)$?

c) Assumindo que $\vec{E}(z)$ seja da forma

$$\vec{E}(z) = \begin{cases} \hat{e}_x E_p e^{-ik_p z} = \vec{E}_p e^{-ik_p z}, & z > 0 \\ \hat{e}_x E_0 e^{ik_0 z} = \vec{E}_0 e^{ik_0 z}, & z < 0 \end{cases}$$

e sabendo que, de forma geral, o número de onda é dado por $k = \omega\sqrt{\varepsilon(\omega)\mu_0}$, quais são os números de onda k_p e k_0? Analise o resultado para $\omega > \omega_p$ e $\omega < \omega_p$.

d) Qual é a forma geral de $\vec{H}(z)$ em cada região em termos de E_0, E_p, k_0 e k_p? Use:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(z) = -i\omega\mu_0\vec{H}(z)$$

e) Quais são as condições de fronteiras em $z = 0$ para os campos $[\hat{e}_z \times (\vec{E}_p - \vec{E}_0) = \vec{0}]$ elétrico e magnético $[\hat{e}_z \times (\vec{H}_p - \vec{H}_0) = \vec{K}]$?

f) Usando os resultados obtidos no item (e), encontre expressões mais gerais para $\vec{E}(z)$ e $\vec{H}(z)$, escrevendo as magnitudes destes campos em termos dos números de onda k_p e k_0.

g) Encontre a média temporal do vetor de Poynting, $\langle\vec{S}\rangle = \frac{1}{2}Re[\vec{E}(z) \times \vec{H}^*(z)]$, para $z < 0$ e $z > 0$ e analise o resultado para $\omega > \omega_p$ e $\omega < \omega_p$.

Formulário:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$$
$$u_E = \frac{\varepsilon_0}{2}\left|\vec{E}\right|^2$$
$$Se\ |x| \ll 1, então \quad \frac{1}{x+1} \cong 1 - x$$
$$\int \cot\theta\, d\theta = \ln \operatorname{sen}\theta$$

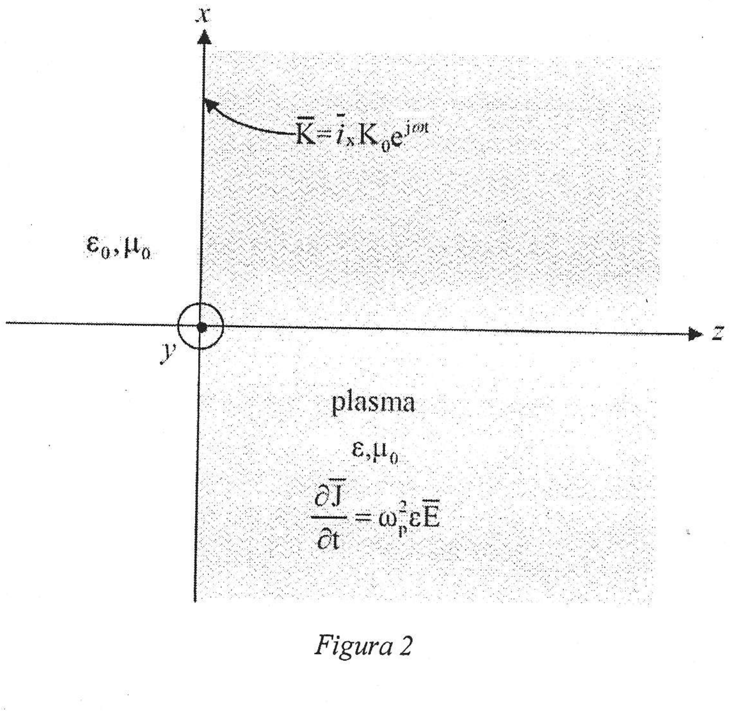

Figura 2