UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **M1**

Candidato	**M1**

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx = \delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, e S_z, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t=0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t=0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**M1**	**Questão**	**Q1**

Candidato	M1	Questão	Q2

Candidato	**M1**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**M1**	**Questão**	**Q4**

Candidato	M1	Questão	Q5

Candidato	**M1**	**Questão**	**Q6**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **M2**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040
Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Exame de Seleção – Programa de Pós-graduação em Física – 2011.2

Candidato	**M2**

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa *m* que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+V(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t)=\psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)=E\psi(x)$, com $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\}=\{\psi_1(x),\psi_2(x),\psi_3(x),\psi_4(x),\ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_j^*(x)\psi_i(x)dx=\delta_{ij}$.

   Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i\psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, $e\ S_z$, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t=0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t=0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	M2	Questão	Q1

Candidato	M2	Questão	Q2

Candidato	**M2**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**M2**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**M2**	**Questão**	**Q5**

Candidato	M2	Questão	Q6

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **M3**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040
Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	M3

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_j^*(x)\psi_i(x)dx = \delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i\psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, e S_z, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	M3	Questão	Q1

Exame de Seleção – Programa de Pós-graduação em Física – 2011.2

Candidato	**M3**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**M3**	**Questão**	**Q3**

Candidato	M3	Questão	Q4

Candidato	**M3**	**Questão**	**Q5**

Candidato	**M3**	**Questão**	**Q6**

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **M4**

Candidato	M4

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.

b) O que é um vínculo não-holonômico.

c) O que é uma coordenada ignorável.

d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.

b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.

c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx = \delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores $S_-, S_+,\ S_x, S_y,\ e\ S_z,$ na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	M4	Questão	Q1

Candidato	**M4**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**M4**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**M4**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**M4**	**Questão**	**Q5**

Candidato	M4	Questão	Q6

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **M5**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040
Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	M5

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx = \delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, $e\ S_z$, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Exame de Seleção – Programa de Pós-graduação em Física – 2011.2

Candidato	**M5**	**Questão**	**Q1**

Candidato	M5	Questão	Q2

Candidato	**M5**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**M5**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**M5**	**Questão**	**Q5**

Candidato	**M5**	**Questão**	**Q6**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **M6**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040
Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	M6

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.

b) O que é um vínculo não-holonômico.

c) O que é uma coordenada ignorável.

d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante *ω*. Nessa haste é colocada uma conta de massa *m* que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.

b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.

c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+V(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t)=\psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)=E\psi(x)$, com $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\}=\{\psi_1(x),\psi_2(x),\psi_3(x),\psi_4(x),\ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_j^*(x)\psi_i(x)dx=\delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i\psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, $e\ S_z$, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**M6**	**Questão**	**Q1**

Candidato	**M6**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**M6**	**Questão**	**Q3**

Candidato	M6	Questão	Q4

Candidato	M6	Questão	Q5

Candidato	**M6**	**Questão**	**Q6**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato | **M7**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040

Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	M7

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa *m* que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+V(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t)=\psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)=E\psi(x)$, com $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\}=\{\psi_1(x),\psi_2(x),\psi_3(x),\psi_4(x),\ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx=\delta_{ij}$.

   Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i\psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t)dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, $e\ S_z$, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**M7**	**Questão**	**Q1**

Candidato	M7	Questão	Q2

Candidato	**M7**	**Questão**	**Q3**

Candidato	M7	Questão	Q4

Candidato	**M7**	**Questão**	**Q5**

Candidato	**M7**	**Questão**	**Q6**

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato	D1

Candidato	D1

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+V(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t)=\psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)=E\psi(x)$, com $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\}=\{\psi_1(x),\psi_2(x),\psi_3(x),\psi_4(x),\ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_j^*(x)\psi_i(x)dx=\delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i\psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores $S_-, S_+,\ S_x, S_y,\ e\ S_z,$ na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q1**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q3**

Candidato	D1	Questão	Q4

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q5**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q6**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **D2**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040
Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	D2

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx = \delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, e S_z, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**D2**	**Questão**	**Q1**

Candidato	**D2**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**D2**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**D2**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**D2**	**Questão**	**Q5**

Candidato	**D2**	**Questão**	**Q6**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **D3**

Candidato	D3

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.
b) O que é um vínculo não-holonômico.
c) O que é uma coordenada ignorável.
d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa *m* que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.
b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.
c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx = \delta_{ij}$.

   Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35} ? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i .

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores $S_-, S_+,\ S_x, S_y,\ e\ S_z,$ na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**D3**	**Questão**	**Q1**

Candidato	D3	Questão	Q2

Candidato	D3	Questão	Q3

Candidato	**D3**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**D3**	**Questão**	**Q5**

Candidato	**D3**	**Questão**	**Q6**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **D4**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040
Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	D4

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.

b) O que é um vínculo não-holonômico.

c) O que é uma coordenada ignorável.

d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa *m* que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.

b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.

c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+V(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t)=\psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x)+V(x)\psi(x)=E\psi(x)$, com $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\}=\{\psi_1(x),\psi_2(x),\psi_3(x),\psi_4(x),\ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_j^*(x)\psi_i(x)dx=\delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i\psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, $e\ S_z$, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	**D4**	**Questão**	**Q1**

Candidato	D4	Questão	Q2

Candidato	**D4**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**D4**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**D4**	**Questão**	**Q5**

Candidato	D4	Questão	Q6

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2011

1ª Prova – 15/18/2011

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **D5**

Av. dos Portugueses, S/N – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-040

Fone: (098) 3301-8204 – Fax: (098) 3301-8204

Candidato	D5

Q1 - Uma bola é lançada para cima e leva um tempo T para retornar ao solo. Seja $y(t)$ a altura em função do tempo. Supondo uma solução na forma $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, mostre que a ação é mínima para $a_2 = -\frac{g}{2}$.

Q2 – Com base nos fundamentos da mecânica clássica, explique:

a) O que é um vínculo holonômico.

b) O que é um vínculo não-holonômico.

c) O que é uma coordenada ignorável.

d) O que acontece com o momento associado a uma coordenada ignorável.

Q3 - Uma haste de massa desprezível gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω. Nessa haste é colocada uma conta de massa m que pode deslizar sem atrito.

a) Encontre o hamiltoniano do sistema e verifique se este coincide com a energia total.

b) O hamiltoniano é conservado? Explique por que.

c) A energia é conservada? Explique por que.

Q4 - A equação de Schrödinger unidimensional é dada por $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$, sendo $\Psi(x,t)$ a função de onda que descreve o sistema.

a) O que são sistemas quânticos estacionários? Para descrevê-los, propomos $\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$. Mostre que a equação de Schrödinger conduz a $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$, com $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$.

b) Sabemos que as soluções estacionárias da equação de Schrödinger, $\{\psi_i(x)\} = \{\psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \ldots\}$, constituem um conjunto completo de autofunções que satisfazem relações de ortonormalidade, ou seja, $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_j^*(x)\psi_i(x)\,dx = \delta_{ij}$.

Qual o significado desta relação?

c) Considere agora que a solução geral do sistema é dada pela função de onda total $\Psi_T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i(x,t)$, onde a_i são números complexos. Usando a relação de

ortonormalidade, encontre a relação de normalização para Ψ_T em termos dos coeficientes a_i.

d) As funções $\psi_i(x,t)$ são autofunções de energia, ou seja, $H\psi_i(x,t) = E_i\psi_i(x,t)$. Ao se efetuar uma medida da energia sobre o sistema, qual a probabilidade de encontrar o valor E_{35}? Qual o estado do sistema após esta medida?

e) Determine o valor esperado da energia do sistema descrito por Ψ_T, dada por $\overline{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t)dx$, em termos dos coeficientes a_i e das auto-energias E_i.

Q5 - Considere uma base ortonormal de três kets $|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle$, sobre a qual os operadores A e B atuam da seguinte forma: $A|u_1\rangle = a_1|u_1\rangle, A|u_2\rangle = a_1|u_2\rangle, A|u_3\rangle = a_3|u_3\rangle$, $B|u_1\rangle = \lambda_1|u_2\rangle$, $B|u_2\rangle = \lambda_2|u_1\rangle$, $B|u_3\rangle = |u_3\rangle$.

a) Escreva os operadores na forma matricial. A e B são observáveis? Justifique.

b) Determine os autovalores e autovetores de B.

c) É possível encontrar uma base comum de autovetores para A e B? Justifique. Em caso positivo, encontre-a.

Q6 - Partículas de spin-1/2 podem ser descritas em termos de uma base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador S_z, ou seja, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Definimos os operadores S_+ e S_-, que satisfazem as relações: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, e $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Considerando que os kets $|-\rangle, |+\rangle$ podem ser escritos como matrizes, $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, escreva os operadores S_-, S_+, S_x, S_y, $e\ S_z$, na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ na forma matricial.

b) Determine os autokets dos operadores S_x e S_y na base dos kets $|-\rangle, |+\rangle$.

c) Seria possível escrever os operadores S_+ e S_- como $S_+ = \hbar|-\rangle\langle+|$ e $S_- = \hbar|-\rangle\langle-|$? Caso contrário, apresente a forma correta destes operadores, justificando sua resposta.

d) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle$, onde a e b são números reais. Se efetuarmos uma medição do operador S_y em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades?

Candidato	D5	Questão	Q1

Candidato	**D5**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**D5**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**D5**	**Questão**	**Q4**

Candidato	**D5**	**Questão**	**Q5**

Candidato	D5	Questão	Q6