



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2012

2ª Prova – 23/08/2012

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

| | |
|------------------|--|
| Candidato | |
|------------------|--|

Q7 - Considere um conjunto de N osciladores unidimensionais, descrito pelo hamiltoniano

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{m \omega^2 x_i^n}{2} \right)$$

onde n é um número par positivo. Sabendo que o sistema está em equilíbrio térmico com um reservatório de calor a uma temperatura T , encontre:

- a) A função de partição.
- b) A energia livre de Helmholtz, a entropia e a energia interna .
- c) A capacidade térmica.

Q8 - No ensemble canônico, a função de partição do gás ideal quântico pode ser escrita como

$$Z(T, V, N) = \sum_{n_j} \exp(-\beta \sum_j \epsilon_j n_j)$$

onde a soma possui a restrição de $\sum_j n_j = N$. Com isso, no ensemble grande canônico temos

$$\Xi = \sum_{N=0}^{\infty} \exp(\beta \mu N) Z(T, V, N)$$

e após uma manipulação algébrica pode-se chegar ao resultado

$$\Xi = \prod_j \left\{ \sum_n \exp[-\beta (\epsilon_j - \mu) n] \right\} .$$

Utilizando o formalismo do ensemble grande canônico podemos obter então os valores esperados para o número de partículas. A partir da equação acima, encontre o valor esperado $\langle n_i \rangle$ do número de ocupação do orbital i para as estatísticas de Bose-Einstein e Fermi-Dirac.

Q9 – Sobre a entropia, responda:

- a) Qual sua relação com a reversibilidade dos processos termodinâmicos?
- b) Que valor ela assume no equilíbrio termodinâmico?
- c) A entropia é uma grandeza extensiva ou intensiva? Explique.
- d) Comente a relação que existe entre entropia e o número de estados.

Q10 - Toda a eletrostática está fundamentada na lei de Coulomb ($F \propto r^{-2}$) e no princípio da superposição. Uma teoria análoga poderia ser construída para a lei de Newton da gravitação universal.

a) Considere uma esfera maciça de carga q (uniformemente distribuída) e raio R , determine o campo elétrico dentro e fora da esfera.

b) Encontre uma expressão para a energia potencial elétrica desta esfera, em função de q e R . Dado: $U = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV$.

c) Compare as leis de Newton e de Coulomb e, partindo do resultado do item (b), encontre uma expressão equivalente para a energia potencial gravitacional de uma esfera de massa M e mesmo raio R . Sabendo que $G = 5 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, $M = 10^{30} \text{ kg}$ e $R = 3 \times 10^8 \text{ m}$, use a expressão encontrada para estimar a energia gravitacional do Sol.

d) O Sol irradia energia a uma taxa de 10^{26} W . Se toda essa energia viesse do estoque armazenado na forma de energia potencial gravitacional, por quanto tempo o Sol ainda continuaria iluminando a Terra? Modelos mais realísticos preveem um tempo de vida de alguns bilhões de anos para o Sol. Comente a origem da discrepância encontrada.

Q11 - Uma força constante F é aplicada a um fio de comprimento L , massa m e resistência R , que desliza sem atrito sobre um circuito retangular, e partindo do repouso. Este circuito está sujeito a um campo magnético constante B e ortogonal ao seu plano. A força F é aplicada sobre o fio, no plano do circuito. Assumindo que a auto-indutância possa ser desprezada, calcule:

a) a f.e.m. induzida sobre o fio.

b) Todas as forças que atuam sobre o fio, detalhando e explicando suas hipóteses.

c) Escreva a segunda lei de Newton para o fio, e resolva-a, determinando a velocidade do fio em função do tempo.

d) A corrente através do fio em função do tempo e o seu valor para grandes valores de t . Discuta seu resultado à luz do papel desempenhado pela força magnética F_B neste sistema.

Q12 - A Figura seguinte mostra um cilindro de raio R e infinitamente longo com uma magnetização uniforme e paralela ao seu eixo, dada por

$$\vec{M} = kr \hat{z},$$

onde k é uma constante e r é a uma distância radial a partir do seu eixo. Desconsiderando correntes livres dentro e fora do cilindro, encontre o campo magnético \vec{B} em $r < R$ e $r > R$ usando dois métodos diferentes:

a) Identifique primeiro as correntes de magnetização e depois calcule o campo magnético;

b) Use a lei de Ampère para encontrar o campo \vec{H} e depois calcule o campo magnético.

Dados: $\vec{J}_s = \vec{M} \times \hat{n}$ e $\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}$. Considere a espira amperiana desenhada na figura.

