Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

1º Semestre de 2013

2ª Prova – 27/02/2013

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

Candidato	

Q1 - Considere um gás ideal em um processo reversível.

(a) Encontre o elemento de trabalho realizado sobre o gás ao sofrer uma expansão de volume infinitesimal. Explique sua resposta.

(b) Calcule o trabalho realizado quando o gás sofre uma expansão isotérmica (à temperatura T) triplicando o volume inicial.

(c) Calcule o trabalho realizado quando o gás sofre uma expansão adiabática ($PV^{\gamma} = cte$) triplicando o volume inicial.

Q2 - Considere um sistema físico, em equilíbrio térmico, com 4 estados acessíveis de energias E_1, E_2, E_3, E_4, dadas por $E_n = nk_BT$.

(a) Determine a função de partição para este sistema

(b) Determine a energia média do sistema.

(c) Determine o calor específico deste sistema.

Q3 - Considere um oscilador harmônico quântico, cujo espectro de energia é $E_n = (n+1/2)\hbar\omega$.

(a) Calcule a função de partição para este sistema.

(b) Calcule a energia média deste sistema.

(c) Especifique esta energia média no limite em que $\hbar\omega << k_BT$. O que este limite representa fisicamente? Explique.

(d) Considere agora um sistema composto por N osciladores harmônicos independentes. Determine a energia média e o calor específico para deste sistema.

(e) Calcule o calor específico. Mostre que no regime de altas temperaturas, o calor específico é dado pela lei de Dulong e Petit, $c_v = 3R$. Explique porque este sistema de N osciladores descreve efetivamente o calor específico de um sólido.

Dicas: $Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta E_n}$, $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1-e^{-x}}$, $\bar{E} = -\frac{\partial}{\partial \beta}\ln Z$, $C_V = \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial T}\right)_V$, $\bar{p} = \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial V}\ln Z$,

Q4 - Considere um capacitor plano, de placas paralelas, de capacitância C_0, é carregado por uma bateria de f.e.m. igual a V_0. De repente, uma placa dielétrica de constante dielétrica K é inserida dentro do capacitor, em duas situações distintas: (i) com o capacitor ligado à bateria e (ii) capacitor desligado da bateria.

(a) Na situação (i), determine a capacitância, carga e energia final do capacitor.

(b) Na situação (ii), determine a carga, e energia final do capacitor, deixando claro a diferença essencial em relação à situação (i).

(c) Determine o campo elétrico e carga de polarização nas placas do capacitor no item (a) e (b).

Q5 - A partir das equações de Maxwell na ausência de fontes e no vácuo:

a) Mostre que os campos elétrico e magnético satisfazem as equações de onda:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\right)\vec{E}(r) = 0, \quad \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial^2 t}\right)\vec{B}(r) = 0.$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

b) Seja $\vec{E}(r) = \vec{E}_0 \exp\left(i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\omega t\right)$, onde $\vec{E}_0$ é um vetor constante. Qual a relação entre $\vec{k}$ e ω? Que tipo de informação nos fornece?

c) Sendo o campo elétrico dado no item (b), determine o campo magnético, solução das equações de Maxwell no vácuo.

Q6 - Uma superfície esférica de raio R está a um potencial $V(\theta) = V_0 \cos\theta$. Determine os seguintes itens:

a) O potencial em todo o espaço.

b) O campo elétrico em todo o espaço.

c) A densidade de carga na superfície.

d) Qual a força exercida sobre a esfera por uma carga pontual Q situada num ponto dentro da esfera ou num ponto fora da esfera.

Fórmulas úteis:

Expansão de uma função em polinômios de Legendre:

$$f(r,\theta) = \sum_{l=0} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos\theta),$$

As constantes A_l e B_l são obtidas usando as condições de contorno. $P_l(\theta)$ são os polinômios de Legendre satisfazendo a seguinte condições de ortogonalidade

$$\int P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta) sin\theta d\theta = \frac{2}{2l+1}\delta_{ll'},$$

Polinômios de Legendre: $P_0(x)=1$, $P_1(x)=x$, $P_2(x)=(1/2)\,(3x^2-1)$, ...

Gradiente em coordenadas esféricas:

$$\vec{\nabla} f = \hat{\mathrm{e}}_r \frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\mathrm{e}}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\mathrm{e}}_\phi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}$$