



# UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

---

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

2º Semestre de 2013

2ª Prova – 14/08/2013

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

---

### Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

Candidato	
-----------	--

**Q1** - Um mol de um gás ideal sofre uma expansão isotérmica reversível de volume  $V_1$  para  $2V_1$ .

- (a) Qual é a mudança na entropia do gás? (0.75 pontos)
- (b) Qual é a mudança na entropia do universo? (0.5 pontos)
- (c) Suponha que a mesma expansão ocorre como uma expansão livre:
- (d) Qual é a mudança na entropia do gás? (0.75 pontos)
- (e) Qual é a mudança na entropia do universo? (0.5 pontos)

**Q2** - Considere um sistema de dois átomos, cada um tendo apenas três estados quânticos de energias  $0, E, 2E$ . O sistema está em contato com um reservatório de calor a temperatura  $T$ .

Derive a função de partição canônica  $Z$  para este sistema, se as partículas obedecem:

- (a) a estatística clássica e são distinguíveis. (0.5 pontos)
- (b) a estatística clássica e são indistinguíveis. (0.75 pontos)
- (c) a estatística de Fermi-Dirac. (0.75 pontos)
- (d) a estatística de Bose-Einstein. (0.5 pontos)

**Q3** - Para um oscilador harmônico com massa  $m$  e frequência angular  $\omega$ , calcule a função de partição canônica.

- (a) clássica (1.0 ponto)
- (b) quântica (1.0 ponto)
- (c) Considere agora um sistema consistindo de  $N$  osciladores. Derive a função de partição canônica quântica e calcule, como uma função da temperatura, as seguintes quantidades termodinâmicas:
  - (d) a energia interna. Discuta o comportamento no limite de altas e baixas temperaturas. (1.0 ponto)
  - (e) a entropia. Discuta o comportamento no limite de altas e baixas temperaturas. (1.0 ponto)
  - (f) a capacidade calorífica. Discuta o comportamento no limite de altas e baixas temperaturas. (1.0 ponto)

**Q4** - Considere uma esfera metálica de raio  $R$ , oca, com carga  $Q_1$  positiva em sua superfície.

- (a) Escreva o potencial elétrico e campo elétrico gerado por esta esfera em todo espaço.  
[Valor: 0,6 pt]

- (b) É correto afirmar que uma carga de prova positiva  $q$  desloca-se de uma região de menor potencial para região de maior potencial? Explique? O que é verdadeiro para cargas de prova negativas? [Valor: 0,7 pt]
- (c) Considere agora a presença de outra esfera, concêntrica à primeira, de raio  $r_0 < R$ , e dotada de carga  $Q_0$  (positiva). Determine o potencial elétrico e campo gerado por estas duas esferas em todo o espaço. [Valor: 1,0 pt]
- (d) O gerador de Van Graaf é constituído por duas esferas metálicas concêntricas, de raios  $r_0$  e  $R$ , contendo cargas  $Q_0$  e  $Q_1$  positivas. Tais esferas estão interligadas por um fio condutor fino. Explique o princípio de funcionamento deste artefato. O que ocorre com qualquer carga  $q$  (positiva) adicionada à esfera interna?? Explique. [Valor: 1,2 pt]

Q5 - Considere as equações de Maxwell no vácuo em um meio genérico de índice de refração  $n$  :

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} = \vec{j}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (4)$$

onde  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ,  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ .

- (a) Qual destas equações está associada à lei de Faraday? Demonstre sua afirmação usando teorema integral. [Valor: 0,75 pt]
- (b) Qual destas equações está associada à lei de Ampere? Demonstre sua afirmação usando teorema integral. [Valor: 0,75 pt]
- (c) Suponha que a equação (4) fosse escrita (no vácuo) como  $\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m$ . Qual a consequência física desta equação? Determine o campo  $\vec{B}$  em todo o espaço. Escreva este campo vetorialmente e faça um mapa vetorial do mesmo. [Valor: 1,0 pt]
- (d) Reescreva as equações de Maxwell no vácuo para os campos  $\vec{B}$  e  $\vec{E}$ , considerando  $\rho \neq 0, \vec{j} \neq 0$ . Use  $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ . Nesta situação, compare a lei de Gauss para o campo elétrico no vácuo e no meio dielétrico. Qual a principal modificação induzida pela presença do meio dielétrico? Qual seu efeito físico sobre o campo gerado por uma carga  $q$  pontual? [Valor: 1,0 pt]

Exame de Seleção – Programa de Pós-graduação em Física – 2011.2

- (e) Partindo das equações de Maxwell no vácuo, do item anterior, escreva equações de onda para os campos  $\vec{B}$  e  $\vec{E}$  aplicando o operador rotacional nas eqs. (1) e (2). Qual a velocidade de propagação destas ondas? [Valor: 1,0 pt]
- (f) Considere as equações de onda encontradas no item (d) na ausência de fontes,  $\rho=0, \vec{j}=0$ . Suponha que os campos elétrico e magnético possuem uma dependência harmônica da forma,  $\vec{E}(r,t)=\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ ,  $\vec{B}(r,t)=\vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ , onde  $\vec{E}_0$  e  $\vec{B}_0$  são vetores constantes. Reescreva as equações de Maxwell nesta situação em termos de  $\vec{E}_0$  e  $\vec{B}_0$ ,  $\vec{k}$ ,  $\omega$ . Qual relação de  $\omega$  em função de  $\vec{k}$  (relação de dispersão)? [Valor: 1,0 pt]
- (g) Na situação descrita no item (f), identifique o vetor  $\vec{k}$ , e o situe espacialmente em relação aos campos  $\vec{B}$  e  $\vec{E}$ . Escreva  $\vec{B}_0$  em função de  $\vec{E}_0$ . Existe alguma situação em que os campos  $\vec{B}$  e  $\vec{E}$  deixam de ser ortogonais a  $\vec{k}$ . Explique qual, se houver. [Valor: 1,0 pt]