



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado e Doutorado em Física

1º Semestre de 2016

1ª Prova – 23/02/2016

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

D1

Candidato

D1

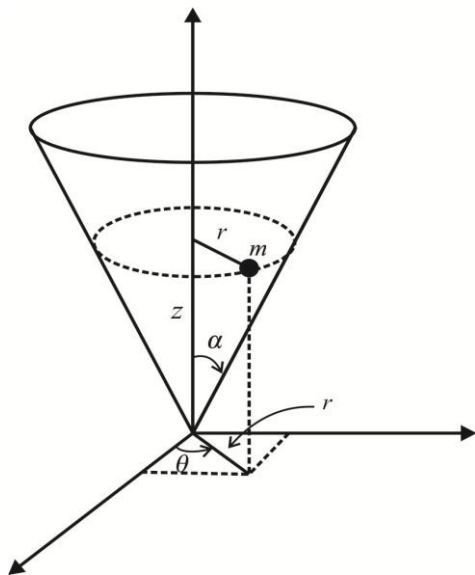
Q1 - Uma partícula de massa m move-se ao longo do eixo- x sujeita ao potencial

$$U(x) = A \left[2 \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{x}{a} \right)^4 \right],$$

sendo A, a constantes.

- Determine a força sobre a partícula. Trata-se de uma força conservativa? Explique sua resposta. (0,5 pts)
- Faça o esboço do gráfico deste potencial, explicando sua resposta. (1,0 pt)
- Determine os pontos de equilíbrio estável e instável, e justifique sua resposta. (1,0 pt)
- Qual a força em torno do ponto de equilíbrio estável? Trata-se de uma força restauradora? Explique. Determine a frequência angular das oscilações de pequena amplitude em torno do ponto de equilíbrio. (1,0 pt)
- Determine a velocidade mínima que a partícula deve ter em $x = a/2$ para que possa chegar até o infinito. (0,5 pts)

Q2 - Uma partícula de massa m move-se sobre a superfície de um cone, de ângulo de abertura $\alpha = \text{cte}$, e com eixo central ortogonal ao plano horizontal, tal como representado na figura.



- Qual o sistema de coordenadas adequado para tratar este problema? Neste sistema, escreva a Lagrangiana do sistema em função apenas das variáveis r, θ e do parâmetro α (vide figura ao lado). Estabeleça como ponto de referência para a energia potencial o plano horizontal. (1,5 pts)
- Escreva os momentos conjugados deste sistema. Existe alguma coordenada ignorável neste sistema?? Qual a consequência deste fato, se ocorrer? (1,25 pts)
- Escreva as equações de movimento. (0,75 pts)
- Escreva o Hamiltoniano do sistema e as equações de movimento via equações de Hamilton. (1,0 pts)
- Este problema admite órbitas circulares estáveis? Qual condição para que ocorram? Determine o raio das mesmas caso ocorram. (1,5 pts)

Q3 - Sejam $|a'\rangle$, $|a''\rangle$ e $|a'''\rangle$ os autoestados do operador $\hat{A}$ com autovalores a' , a'' e a''' , respectivamente ($a' = a'' = a'''$). O operador Hamiltoniano é dado por

$$\hat{H} = |a'\rangle a <a'| + |a''\rangle a <a''| + |a'''\rangle b <a''| + |a'''\rangle b <a'| + |a'''\rangle c <a''|,$$

onde a , b e c são números reais (suponha $a - c \neq \pm b$).

- a) Construir a representação matricial de $\hat{H}$ na base $|a'\rangle$, $|a''\rangle$ e $|a'''\rangle$. (0,5 pts)
- b) Calcular os autovalores e autoestados do operador $\hat{H}$. (1,5 pts)
- c) Construir o operador evolução temporal. (0,5 pts)
- d) Se o sistema em $t=0$ se encontra no estado $|a'''\rangle$, qual é o vetor de estado para $t>0$? (1,0 pt)
- e) Qual a probabilidade de achar o sistema nos estados $|a'\rangle$, $|a''\rangle$ e $|a'''\rangle$ se em $t=0$, o sistema se encontrava no estado $|a'''\rangle$? (1,5 pts)

Q4 - Considere a função de onda $\Psi(x) = \left[\frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{d}} \right] \exp \left[ikx - \frac{x^2}{2d^2} \right]$, onde k e d são constantes.

- a) Calcular os valores esperados de $\langle x \rangle$ e $\langle x^2 \rangle$. Qual o significado físico da quantidade $\langle x \rangle$. (1,5 pts)
- b) Calcular os valores esperados de $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$. Qual o significado físico da quantidade $\langle p \rangle$. (1,5 pts)
- c) Usando os resultados dos itens (a) e (b), calcular $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ e $\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2$. Explicar o significado físico da quantidade $\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$. (1,0 pt)
- d) A relação $\Delta p \Delta x = \hbar / 2$ é satisfeita? Comentar o significado físico desse resultado. (1,0 pt)

Formulário:

Operador evolução temporal:

$$\hat{u}(t, t_0 = 0) = \exp \left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t \right)$$

$$\hat{u}(t, t_0 = 0) = \sum_{a'} |a'\rangle \exp \left(-\frac{i}{\hbar} E_{a'} t \right) \langle a'|$$

Candidato	D1	Questão	Q1
-----------	----	---------	----

Candidato	D1	Questão	Q2
-----------	----	---------	----

Candidato	D1	Questão	Q3
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q4
------------------	-----------	----------------	-----------