UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2017

1ª Prova – 14/02/2017

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato	D1

Av. dos Portugueses, 1966 – Campus Universitário do Bacanga – São Luís – MA – 65.080-805
Fone: (098) 3272-8204

Candidato	D1

Q1 - Uma conta de massa "m" desliza sem atrito ao longo de uma haste rígida de massa desprezível, que gira com velocidade angular constante ω, como se mostra na Figura 1.

a) Calcule a lagrangiana e as equações de movimento do sistema. (1,0 pts)

b) Dada as condições iniciais $r(0)=0$ e $\dot{r}(0)=0$, encontre a solução da equação de movimento. (3,0 pts)

c) Calcule a hamiltoniana do sistema e estude sua conservação. (0,5 pts)

d) É a hamiltoniana igual a energia total do sistema? Justifique a sua resposta. (1,0 pts)

e) Calcule a energia total do sistema e estude sua conservação. (0,5 pts)

Q2 - Uma partícula de massa m inicia se movimento desde o repouso no topo de um hemisfério fixo liso de raio a, como se mostra na Figura 2.

a) Usando o método de multiplicadores indeterminados calcule a lagrangiana do sistema. (0,5 pts)

b) Usando o método de multiplicadores indeterminados encontre as equações de movimento do sistema. (1,0 pts)

c) Encontre a força de restrição. Dica: use $\ddot{\theta}=\dot{\theta}\dfrac{d\dot{\theta}}{d\theta}$ (1,5 pts)

d) Determine o ângulo no qual a partícula deixa o hemisfério. (1,0 pts)

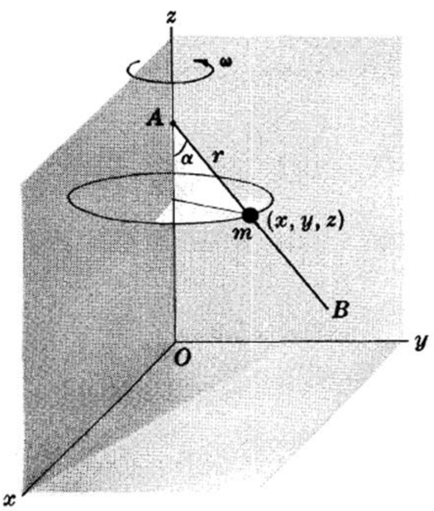

Figura 1

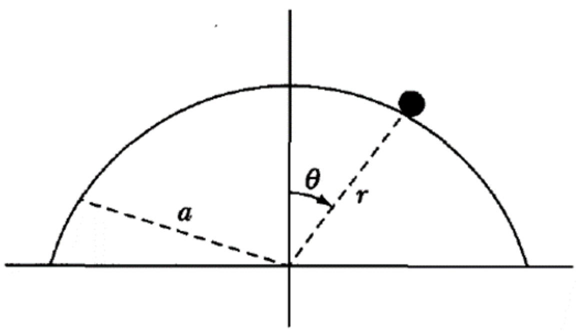

Figura 2

Q3 - Partículas de spin-1/2 são descritas na base de estados $\{|-\rangle, |+\rangle\}$, autokets do operador de spin S_z, $S_z|\pm\rangle = \pm\frac{\hbar}{2}|\pm\rangle$, onde $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ é o operador de spin. Os operadores S_+, S_- satisfazem: $S_+|-\rangle = \hbar|+\rangle$ e $S_-|+\rangle = \hbar|-\rangle$, com $S_\pm = S_x \pm iS_y$.

a) Escreva na forma matricial os operadores S_x, S_y, S_z, S_+, S_- lidos na base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$. (1,0 pt)

b) Determine os autokets dos operadores S_x, S_y, S_z em termos dos kets $|-\rangle, |+\rangle$. (1,0 pt)

c) No instante $t = 0$, o sistema encontra-se no estado $|\phi(0)\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$, onde α, β são números reais. Se o operador S_x é medido em $t = 0$, quais resultados podem ser obtidos e com quais probabilidades? (1,0 pt)

d) Considere o Hamiltoniano de interação, $H = (-e/mc)\vec{S}\bullet\vec{B}$, e alinhe o campo magnético paralelamente ao eixo-x. Determine o estado do sistema num tempo t futuro, $|\phi(t)\rangle$. (1,0 pt)

e) Calcule os valores esperados dos operadores S_x, S_y, S_z sobre o estado $|\phi(t)\rangle$. Qual conclusão pode-se tirar destes resultados no que concerne à disposição espacial do vetor S (spin)? Justifique sua resposta. (1,5 pt)

f) Considere agora o operador de projeção do spin, $\vec{S}\bullet\hat{n}$, numa direção qualquer do espaço representada pelo versor $\hat{n}$. Considere o operador de spin, $\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$. Encontre os autokets $|+\rangle_n, |-\rangle_n$, do operador $\vec{S}\bullet\hat{n}$, em termos dos autokets de S_z, $|+\rangle, |-\rangle$, onde $\hat{n}$ é um versor que determina uma direção arbitrária no espaço. **Dica**: Escreva o versor $\hat{n}$ em termos dos ângulos polar (θ) e azimutal (ϕ) – coordenadas esféricas. (1,5 pt)

Q4 - Sejam ψ_{lm} as autofunções dos operadores $\boldsymbol{L^2}$ e L_z, onde $\boldsymbol{L}$ é operador momento angular. O hamiltoniano do sistema é dado por $H = \alpha(L_x^2 + L_y^2) + \beta L_z^2 + \gamma L_z$, e α, β, γ são constantes.

a) Determine os autovalores de energia. (0,5 pt)

b) Tais autovalores são degenerados? Qual o valor da constante γ para existir degenerescência? Explique. (1,0 pt)

c) Considere que em t=0 o estado do sistema é $\Psi = \left(a\psi_{3,0} + b\psi_{3,1} + c\psi_{3,-1} + d\psi_{3,2} + e\psi_{3,-2} + f\psi_{3,3} + g\psi_{3,-3}\right)$, sendo $a, b, c, \ldots, g$ coeficientes complexos. Este é um autoestado de energia? Uma medição de L_z é realizada, quais os valores podem ser obtidos, e com qual probabilidade? Qual a energia de cada um destes estados? (1,5 pt)

.

Formulário:

$$L = T - U$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) + \sum_k \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial q_j} = 0$$

$$Q_j = \sum_k \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial q_j}$$

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q1**

Candidato	D1	Questão	Q2

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q4**