



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2017

1ª Prova – 30/03/2017

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

D1

Candidato

D1

Q1 - Considere o sistema de polias, massas e fio mostrado na Figura 1. Um fio leve de comprimento b é preso no ponto A , passa sobre uma polia no ponto B localizada a uma distância $2d$ e, finalmente, é presa na massa m_1 . Outra polia com a massa m_2 anexada a ela passa sobre o fio, puxando-o para baixo, entre A e B . As massas das polias são desprezíveis.

- Calcule a energia potencial do sistema. (0,5 pt)
- Calcule a distância x_1 quando o sistema estiver em equilíbrio. (1,0 pt)
- Determine se o equilíbrio é estável ou instável. (1,0 pt)

Q2 - Um bloco de massa m desliza para baixo sobre uma pista inclinada sem atrito (Figura 2). Ele é liberado a uma altura h acima da base do loop.

- Qual é a força da pista inclinada sobre o bloco na base (ponto A)? (1,0 pt)
- Qual é a força da pista sobre o bloco no ponto B ? (1,0 pt)
- Qual será a velocidade do bloco ao deixar a pista? (0,5 pt)

Q3 - Uma conta de massa m desliza sem atrito ao longo de uma haste rígida de massa desprezível, que gira num plano vertical com velocidade angular constante ω .

- Calcule a lagrangiana e as equações de movimento do sistema. (1,0 pt)
- Dada as condições iniciais $\mathbf{r}(0) = \mathbf{0}$ e $\dot{\mathbf{r}}(0) = \mathbf{0}$, encontre a solução da equação de movimento. (2,0 pts)
- Calcule a hamiltoniana do sistema e estude sua conservação. (0,5 pt)
- Calcule a energia do sistema e estude sua conservação. (0,5 pt)
- É a hamiltoniana igual à energia total do sistema? Justifique a sua resposta. (1,0 pt)

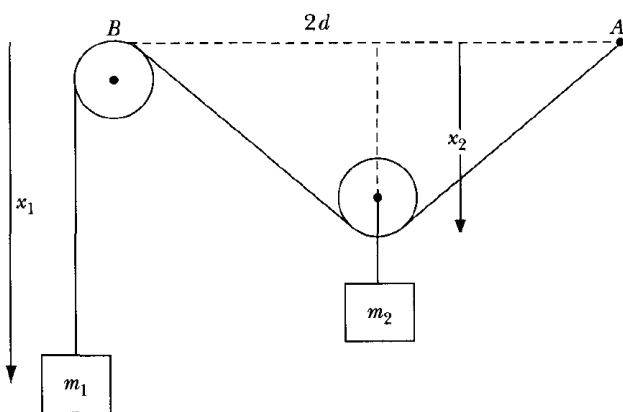


Figura 1

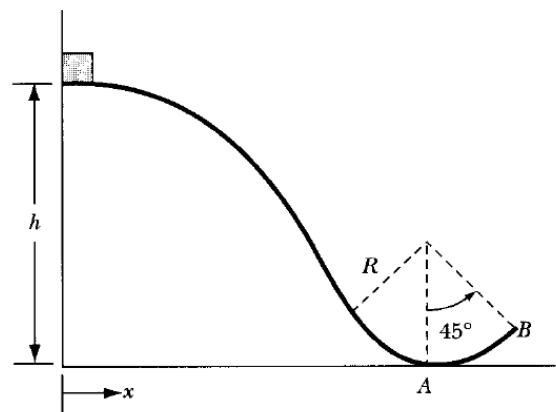


Figura 2

Q4 - Seja um sistema com auto-estados $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ (ortonormalizados) cujas respectivas auto-energias são E_1, E_2, E_3, E_4 .

- (a) Dado o estado Ψ (não normalizado) dado por $\Psi = \alpha_1 \psi_1 + \alpha_2 \psi_2 + \alpha_3 \psi_3 + \alpha_4 \psi_4$, onde os coeficientes α_i são números complexos. Determine a relação de normalização. (1 pt)
- (b) Qual a probabilidade de fazer uma medida de energia e se obter E_1 ? E se obter E_4 ? Explique sua resposta. (1 pt)
- (c) Ao se fazer uma 1ª medida de energia sobre o estado Ψ , encontra-se o valor E_3 . Qual a probabilidade de se fazer uma segunda medida consecutiva e se obter E_4 ? Justifique sua resposta. (1 pt)
- (d) Determine a energia média deste sistema, sabendo-se que $\bar{H} = \int \Psi_T^*(x,t) H \Psi_T(x,t) dx$. (1,5 pts)

Q5 - Considere operadores hermitianos **A**, **B** e **C**, que agem sobre o conjunto de autofunções ψ_{nm} , conforme:

$A\psi_{nm} = n^2 \psi_{nm}$, $B\psi_{nm} = n \psi_{nm}$, $C\psi_{nm} = m \psi_{nm}$, com n e m inteiros positivos. Considere o seguinte operador $D = A - b_1 BC + B^2$, onde b_1 é um número real. Responda as seguintes questões:

- a) Os operadores **A**, **B** e **C** comutam? Demonstre sua resposta. (1 pt)
- b) O operador **H** é hermitiano? Demonstre sua resposta. (1 pt)
- c) As funções ψ_{nm} são autofunções de **D**? Em caso positivo, determine os autovalores correspondentes. (1 pt)
- d) Os autovalores de **D** são sempre positivos? Existe alguma condição sobre b_1 de tal modo que **D** seja um operador com espectro de autovalores positivo-definidos? (1 pt)
- e) Suponha que se tenha um estado (não normalizado) dado por $\Psi = \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^2 \lambda_{nm} \psi_{nm}$, onde λ_{nm} são números reais. Após uma medida do operador **C**, quais valores podem ser obtidos, e com qual probabilidade? (1,5 pts)

Formulário:

$$L = T - V$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) = 0$$

$$p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$$

$$H = \sum_j p_j \dot{q}_j - L$$

Candidato	D1	Questão	Q1
-----------	----	---------	----

Candidato	D1	Questão	Q2
-----------	----	---------	----

Candidato	D1	Questão	Q3
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q4
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q5
------------------	-----------	----------------	-----------