



# UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

---

Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2018

2ª Prova – 07/02/2018

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

---

### Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

**D1**

<b>Candidato</b>	<b>D1</b>
------------------	-----------

**Q1** - Um sistema particular com volume e número de moles constantes, possui capacidade térmica,  $C$  (constante). Sua equação fundamental, a volume constante, é  $S = S_0 + C \ln\left(\frac{U}{U_0}\right)$ , com  $U = CT$ , onde  $S$ ,  $S_0$ ,  $U$ ,  $U_0$  and  $T$  são respectivamente, entropia final, entropia inicial, energia final, energia inicial e temperatura. Considere um motor projetado para entregar energia para um elevador através de dois sistemas termodinâmicos similares ao explicado acima e com capacidades térmicas iguais. O primeiro tem temperatura inicial  $T_{10}$  e o segundo tem temperatura inicial  $T_{20}$ , com ( $T_{10} < T_{20}$ ).

- Qual é a temperatura final de ambos os sistemas? (2,5 pts.)
- Qual é o trabalho máximo que pode ser entregue ao elevador? (2,5 pts.)

**Q2** - Um gás clássico ultrarelativístico consiste em partículas sem massa que se movem com a velocidade da luz, de acordo com as relações de energia-momento relativísticas,  $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ .

- Calcule a função de partição canônica. (2,0 pts.)
- A partir da energia livre, determine a pressão e o potencial químico. (3,0 pts.)

**Q3**- Um dispositivo está formado por duas cascas esféricas concêntricas de raios  $a$  e  $b$  ( $a < b$ ). A casca externa tem o potencial  $V_2 = V_0 \sin \theta \cos \varphi$  e a interna possui o potencial  $V_1 = V_0 \sin \theta \sin \varphi$ . Calcular potencial eletrostático e o campo elétrico na região  $a < r < b$ . (5,0 pts)

**Q4** - Um dispositivo está formado por dois condutores esféricos concêntricos de raios  $a$  e  $b$  ( $a < b$ ). O espaço entre eles é preenchido por dois materiais dielétricos

$$\varepsilon_1, \text{ para } a < r < R.$$

$$\varepsilon_2, \text{ para } R < r < b.$$

O condutor externo está aterrado e o interno está a potencial fixo  $V_0 > 0$ . Responder os seguintes itens:

- Calcular potencial eletrostático na região  $a < r < b$ . (2,5 pts)
- Calcular as densidades superficiais de carga sobre as esferas. (1,0 pts)

- c) Calcular as densidades de carga de polarização nas interfaces  $r = a$ ,  $r = R$  e  $r = b$ . (1,5 pt)

**Fórmulas úteis:**

$$\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1} \exp^{-x} dx,$$

$$\Gamma(n+1) = n!$$

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left( A_{\ell} r^{\ell} + \frac{B_{\ell}}{r^{\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos \theta)$$

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \left( A_{\ell m} r^{\ell} + \frac{B_{\ell m}}{r^{\ell+1}} \right) Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$$

$$\int_0^{\pi} d\theta \sin \theta P_{\ell}(\cos \theta) P_{\ell'}(\cos \theta) = \frac{2}{2\ell+1} \delta_{\ell\ell'}$$

$$P_0(\cos \theta) = 1, P_1(\cos \theta) = \cos \theta, P_2(\cos \theta) = \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta Y_{\ell'}^{m'*}(\theta, \varphi) Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) = \delta_{mm'} \delta_{\ell\ell'}$$

$$Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} P_{\ell}^m(\cos \theta) e^{im\varphi}, Y_{\ell}^{-m}(\theta, \varphi) = (-1)^m Y_{\ell}^{m*}(\theta, \varphi)$$

$$Y_0^0(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}; Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta; Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_2^0(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right); Y_2^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\varphi}; Y_2^{\pm 2} = \pm \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm i2\varphi}$$

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2018.1

<b>Candidato</b>	<b>D1</b>	<b>Questão</b>	<b>Q1</b>
------------------	-----------	----------------	-----------

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2018.1

<b>Candidato</b>	<b>D1</b>	<b>Questão</b>	<b>Q2</b>
------------------	-----------	----------------	-----------

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2018.1

<b>Candidato</b>	<b>D1</b>	<b>Questão</b>	<b>Q3</b>
------------------	-----------	----------------	-----------

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2018.1

<b>Candidato</b>	<b>D1</b>	<b>Questão</b>	<b>Q4</b>
------------------	-----------	----------------	-----------