Exame de Seleção

Doutorado em Física

2º Semestre de 2019

2ª Prova – 05/06/2019

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **D1**

Candidato	D1

Q1 - Suponha que a energia de uma partícula pode ser representada pela expressão $E(z) = az^2$, onde z é uma coordenada ou momento e pode assumir todos os valores de $-\infty$ a $+\infty$.

a) Mostre que a energia média por partícula para o sistema de tais partículas sujeito a estatística de Boltzmann é $\bar{E} = \frac{kT}{2}$. **(2.0 pts.)**

b) Exponha o princípio da equipartição de energia e discuta brevemente sua relação com o resultado $\bar{E} = \frac{kT}{2}$ do item (a). **(2.0 pts.)**

Dados que podem ser úteis: $\int_0^\infty x^m e^{-ax^2} dx = \frac{\Gamma\left[(m+1)/2\right]}{2a^{(m+1)/2}}$

Q2 - Considere um sistema constituído de N momentos magnéticos não-interagentes de magnitude μ_0. O sistema está em equilíbrio térmico a temperatura T e está em um campo magnético externo uniforme B. Cada momento magnético pode ser orientado apenas paralelo ou antiparalelo a B. Calcule:

a) A função de partição, **(2.0 pts.)**
b) O calor específico, **(2.0 pts.)**
c) O momento magnético médio térmico, $\bar{M}$. Mostre que no limite de altas temperaturas a lei de Curie é satisfeita, isto é, $\chi = d\bar{M}/dB \propto 1/T$. **(2.0 pts.)**

Q3- Um dispositivo está formado por dois condutores esféricos concêntricos de raios a e b ($a < b$). A região entre eles é preenchida por um material de constante dielétrica ε. O condutor interno possui uma carga total $-Q$ e o externo possui uma carga total $+Q$. Responder os seguintes itens:

a) Calcular o campo elétrico em todo o espaço. **(1,25 pts)**
b) Calcular o potencial eletrostático em todo o espaço. **(1,25 pts)**
c) Qual a capacitância? **(1,25 pts)**
d) Calcular o trabalho para levar uma carga teste q desde o infinito até uma distância R do centro das esferas, onde $a < R < b$. **(1,25 pts)**

Q4 - As equações de Maxwell são dadas por

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho,$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \times H = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

onde o vetor deslocamento e o campo magnético são definidos como

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \text{ e } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M},$$

respectivamente. Considerar um material linear, homogêneo e isotrópico $\left(\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \text{ e } \vec{B} = \mu \vec{H}\right)$ com $\rho = 0$ e $\vec{J} = \sigma \vec{E},$ onde σ é a condutividade elétrica do material.

a) Mostrar que as equações de Maxwell são compatíveis com a lei da conservação da corrente, **(0,5 pts)**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0.$$

[Dica: Usar primeiro a lei de Ampere-Maxwell]

b) Mostrar que as componentes dos campos elétrico e magnético satisfazem a seguinte equação diferencial **(1,5 pts)**

$$\nabla^2 \psi - \mu\sigma \frac{\partial \psi}{\partial t} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

[Dica: Usar a identidade vetorial $\nabla \times \left(\nabla \times \vec{V}\right) = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{V}\right) - \nabla^2 \vec{V}$ nas equações de Faraday e Ampere-Maxwell para obter as equações dos campos elétrico e magnético, respectivamente.]

c) Supondo que a solução da equação diferencial do item (b) seja tipo uma onda plana viajando ao longo do eixo -*z*:

$$\psi(z,t) = \psi_0 e^{-\beta z} e^{i(\alpha z - \omega t)},$$

Expressar as constantes α e β em termos das propriedades do material e de ω. Calcular as soluções para os campos elétrico e magnético compatíveis com as equações de Maxwell. **(3,0 pts)**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q1**

Candidato	D1	Questão	Q2

Candidato	D1	Questão	Q3

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q4**