

Joemilia Maria Pinheiro Almeida

**PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA:**  
investigando as possíveis conexões com outros ramos da  
Matemática, à luz da Teoria dos Registros de  
Representação Semiótica.

Caderno Pedagógico: atividades de apoio ao  
ensino e aprendizagem em Matemática

São Luís – MA  
2018

## Sumário

|                                                                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Apresentação.....</b>                                                                                               | <b>91</b>  |
| <b>Aspectos relevantes sobre a teoria de registros de representação<br/>semiótica para o ensino de matemática.....</b> | <b>92</b>  |
| <b>Atividades de apoio ao ensino e aprendizagem em matemática .....</b>                                                | <b>94</b>  |
| <b>Atividade 01 .....</b>                                                                                              | <b>95</b>  |
| <b>Atividade 02 .....</b>                                                                                              | <b>97</b>  |
| <b>Atividade 03 .....</b>                                                                                              | <b>98</b>  |
| <b>Atividade 04 .....</b>                                                                                              | <b>99</b>  |
| <b>Considerações Finais .....</b>                                                                                      | <b>100</b> |
| <b>Referências.....</b>                                                                                                | <b>101</b> |

## Apresentação

Caros Professores,

O caderno de atividades de apoio ao ensino e aprendizagem em Matemática foi preparado para auxiliá-los no planejamento e desenvolvimento de situações de aprendizagem para seus alunos. A escolha das atividades, propostas neste caderno, partiu da necessidade de relacionar os objetos matemáticos com o conteúdo caracterizado como proporcionalidade.

As atividades foram elaboradas tendo-se como referencia a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Dessa forma, usamos diferentes registros para representar os objetos matemáticos expostos neste caderno. Aproveite essas atividades e faça relações com outros conteúdos matemáticos e com outras áreas do conhecimento. O importante é vincular os conceitos matemáticos à leitura e à interpretação de fenômenos do cotidiano e, sobretudo, promover o desenvolvimento cognitivo do aluno.

As atividades são apenas sugestão para o desenvolvimento e situações-problema em sua sala de aula. Vocês, como avaliadores permanentes do desenvolvimento de seus alunos, poderão complementá-las e modificá-las a fim de melhor atender às suas necessidades. O importante é proporcionar aos alunos situações diversas, nas quais os conceitos matemáticos possam ser observados, manipulados, discutidos e aprendidos.

Bom trabalho!

## **Aspectos Relevantes sobre a Teoria de Registros de Representação Semiótica para o Ensino de Matemática**

As atividades propostas neste caderno pedagógico de apoio ao ensino e à aprendizagem em Matemática tem como fundamento teórico a Teoria de Registros de Representação Semiótica. Essa teoria relaciona o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, sobretudo nas atividades pertinentes a Matemática.

De acordo com Duval (2011), aprender Matemática é diferente de aprender outras áreas do conhecimento. Na Matemática, a atividade cognitiva é diferenciada, o que torna necessário o desenvolvimento de um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, que contribui para o crescimento do aluno na sua capacidade de raciocinar, analisar e de visualizar o objeto matemático através das diferentes formas de registros de representação desse objeto.

Para Damm (2008), o entendimento da Matemática é estabelecido a partir das representações dos objetos (conceitos, propriedades, estruturas e relações) que poderão expressar diversas situações; portanto, no processo de ensino e aprendizagem é importante conhecer as diferentes formas de representação de um determinado objeto matemático.

Além disso, saber fazer a distinção entre o objeto matemático e sua representação é fundamental para aprendizagem da Matemática. O objeto matemático, para Godino (2007), é tudo que pode ser mostrado, e que pode ser mencionado ou que podemos fazer referência. Para esse autor, um mesmo objeto poderá apresentar diversas representações; daí a compreensão de que a aprendizagem em Matemática só acontece quando conseguirmos fazer a distinção entre objeto e sua representação. Podemos citar como representação desses objetos os registros na linguagem natural, algébrica, numérica, figural, gráficos e tabelas.

Dessa forma, a compreensão em Matemática está condicionada a uma capacidade de permutação de registro dos objetos. Para Neres (2010), as diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático são essenciais para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, pois, em geral, estes,

não são facilmente perceptíveis, numa experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos reais ou físicos. Neste caso, é preciso fazer outras representações que tornem possível a percepção pelos sujeitos.

Além disso, Duval (2007) afirma ainda que para haver compreensão da Matemática, o aluno deve adquirir habilidades com as funções de **Tratamento** e de **Conversão**, as quais ele define como:

Quadro 1- Transformação de Representações Semióticas

**Tratamento** são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações.

**Conversão** são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando o mesmo objeto denotado: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.

Fonte: Duval, 2007

Ainda, segundo esse autor, as diferentes formas de representar um objeto matemático, utilizando a esse processo “a conversão”, constitui uma condição fundamental ao processo de aprendizagem, possibilitando, assim, o desenvolvimento do pensamento matemático. Nesse contexto Duval (2007, p.15) afirma que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas”.

Essa afirmação justifica o fato de que os objetos matemáticos precisam ser evidenciados através dos Registros de Representação Semiótica. Essas representações são responsáveis pelo desenvolvimento do pensamento humano mediante certas funções cognitivas.

Dessa forma, podemos perceber que o uso dessa teoria no ensino enseja significativas contribuições no desenvolvimento cognitivo dos alunos, uma vez que proporciona a realização de diferentes formas de resolver o problema matemático, aprimorando assim novas maneiras de pensar e agir tendo em vista um determinado problema. A aprendizagem matemática está relacionada tanto aos conceitos do objeto matemático quanto ao funcionamento cognitivo do pensamento humano (NERES, 2010).

**ATIVIDADES DE APOIO AO ENSINO E APRENDIZAGEM  
EM MATEMÁTICA**

## ATIVIDADE 01

**Objeto matemático:** Função linear

**Objetivos:**

- a) Fazer a conversão do registro de saída dado em linguagem natural para os registros de chegada algébrico, numérico e gráfico;
- b) Identificar possíveis conexões entre a proporcionalidade e a função linear;
- c) Realizar o tratamento dos registros construídos por meio do conteúdo proporcionalidade.

Problema 1 – conexões entre conteúdos matemáticos

Na frutaria o abacaxi é vendido por unidades, e cada unidade custa três reais e cinquenta centavos. Pense nestas variáveis:  $x$  correspondendo à quantidade de abacaxis vendidos e  $y$  o custo total pago por  $x$  abacaxis.

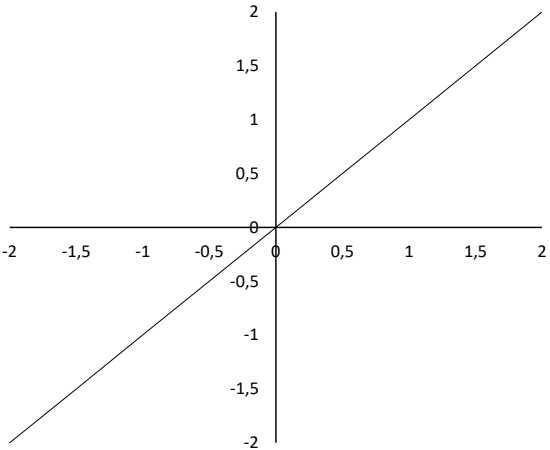
- a) Descreva, através de uma fórmula, a relação entre custo total e a quantidade ( $x$ ) de abacaxis vendidos.
- b) Se João comprou dez abacaxis, quanto ele pagou?
- c) Quanto custam quinze abacaxis?
- d) Represente graficamente essa relação (quantidade  $x$  custo).

Fonte: Dados do autor (2018)

**Orientações de desenvolvimento da atividade:**

- a) Inicialmente o professor deverá trabalhar com função do 1º grau mostrando as diversas formas de representação desse objeto matemático acordo com o quadro 2 (p. 8);
- b) Apresentar a atividade 01, e após a leitura, feita pelos alunos individualmente, verificar se o problema foi compreendido. Caso tenham dúvidas, o professor deverá realizar uma leitura coletiva para sanar tais dúvidas;
- c) Deixar os alunos construírem seus próprios conhecimentos através das resoluções, evitando antecipações desnecessárias;
- d) Ao término da atividade proposta, o professor deverá retomar as discussões e verificar se os objetivos foram alcançados.

Quadro 2- Representações Semióticas do conceito de função

| REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|------|------|-------|-------|---|---|-----|-----|-----|-----|
| <p>Registro da linguagem natural</p> <p>* Uma função <math>f : A \rightarrow B</math> consta de três partes: um conjunto A, domínio da função (ou conjunto onde a função é definida); um conjunto B, contradomínio da função ( ou o conjunto onde a função toma valores) e uma regra que associa a cada elemento <math>x \in A</math> um único elemento <math>f(x) \in B</math>.</p> <p>* Sejam <math>x</math> e <math>y</math> duas variáveis representativas de conjuntos de números; <math>y</math> é uma função de <math>x</math> e escreve-se <math>y = f(x)</math>, se entre essas duas variáveis existir uma correspondência unívoca no sentido <math>x \mapsto f(x)</math>.</p> <p>Registro dos sistemas de escrita</p> <p><i>Simbólico</i> (línguas formais)</p> $f : A \rightarrow B,$ $x \mapsto f(x),$ $f(x) = y \text{ ou } y = f(x)$ <p><i>Algébrico</i></p> $y = x$ <p><i>Numérico</i> (natural, inteiro, racional, irracional)</p> $f(1) = 1 \text{ e } f(-1) = -1$ | <p><b>Registro gráfico</b></p> <p><b>Gráfico cartesiano</b></p>  <p><i>Tabela</i></p> <table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-0,5</td><td>-0,5</td></tr><tr><td>- 1/4</td><td>- 1/4</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1/4</td><td>1/4</td></tr><tr><td>0,5</td><td>0,5</td></tr></table> | x | y | -0,5 | -0,5 | - 1/4 | - 1/4 | 0 | 0 | 1/4 | 1/4 | 0,5 | 0,5 |
| x                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | y                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |
| -0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | -0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |
| - 1/4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | - 1/4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |
| 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |
| 1/4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1/4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |
| 0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |   |   |      |      |       |       |   |   |     |     |     |     |

Fonte: Maggio (2011, *apud* Maggio e Nehring, 2014), com base em Duval (2003)

## ATIVIDADE 02

**Objeto matemático:** Proporcionalidade inversa.

**Objetivo:**

- a) Averiguar se os alunos conseguem fazer a conexão da proporcionalidade com outras áreas do conhecimento, neste caso, com a Física;
- b) Verificar se os alunos realizam a conversão do registro de saída dado em linguagem natural para o registro de chegada numérico – algébrico;
- c) Analisar se os alunos conseguem efetuar as operações de tratamento dos registros construídos.

Problema 2: Conexão da matemática com a física

Um móvel se desloca sobre uma reta com a velocidade constante de 40 m/s e leva 10 segundos para percorrer certa distância.

- a) Se a velocidade fosse 80 m/s, quanto tempo levaria?
- b) E se a velocidade fosse de 200 m/s, quanto tempo levaria?
- c) As grandezas, velocidade e tempo, são diretamente proporcionais? Justifique.

Fonte: Adaptação Tinoco (1993)

**Orientações de desenvolvimento da atividade:**

- a) No início da aula, o professor deve certificar-se de que o aluno tem conhecimento do conteúdo proporcionalidade direta e inversa. Caso contrário, deverá deixar bem clara a diferença entre proporcionalidade direta e inversa;
- b) O professor deve incentivar seus alunos a construir e interpretar tabela que auxilia na visualização da relação entre as grandezas. E a identificar se a relação existente entre essas grandezas é direta ou inversamente proporcional;
- c) De posse da atividade 02, solicitar que os alunos façam a leitura silenciosa, para em seguida resolver o problema;
- d) Discutir as respostas apresentadas pelos alunos verificando se os objetivos foram alcançados.

## ATIVIDADE 03

**Objeto matemático:** Geometria: Teorema de Tales

**Objetivo:**

- a) Analisar como se processa o conhecimento dos alunos em relação ao conceito do teorema de Tales;
- b) Averiguar se os alunos conseguem fazer a conversão de um registro para outro registro, assim como as operações de tratamentos nos registros construídos;
- c) Verificar como os alunos exploram o conceito de proporcionalidade na resolução da atividade que envolve o Teorema de Tales.

Problema 3: Registro semiótico em linguagem natural.

Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo limitado por duas ruas (rua A e rua B). O proprietário loteou o terreno em 3 lotes com 40m, 30m e 20m na rua A, formando lotes que são trapézios retângulos. O comprimento do terreno da rua B mede 240m. Calcule os comprimentos dos lotes na rua B.

Fonte: Adaptação – Dolce; Pompeo, 2013

**Orientações de desenvolvimento da atividade:**

- a) O professor deverá inicialmente ministrar a aula sobre o teorema de Tales, focando suas hipóteses/conclusão e relacionando a sua aplicação através de situações-problemas;
- b) Solicitar que os alunos façam uma leitura do problema, em seguida deve incentivá-los a fazer a conversão da linguagem natural para a linguagem figural;
- c) Observar se os alunos conseguem fazer o tratamento necessário para a resolução dessa atividade partindo da interpretação dos elementos da figura geométrica, relacionando com as propriedades do Teorema de Tales.

## ATIVIDADE 04

**Objeto matemático:** Geometria: Teorema de Tales.

**Objetivo:**

- a) Verificar se os alunos conseguem fazer a conexão da proporcionalidade com outros ramos da Matemática no caso, com a Geometria;
- b) Averiguar se os estudantes conseguem fazer a conversão do registro de saída dado, no registro de chegada figural e depois fazer os tratamentos necessários para construir as respostas pedidas.

Problema 4: conexões geométricas com a proporcionalidade

Um feixe de quatro retas paralelas é cortado por duas transversais  $t_1$  e  $t_2$ . A transversal  $t_1$  o corta nos pontos A, B, C e D (de cima para baixo). A transversal  $t_2$  corta o feixe nos pontos A', B', C' e D' (de cima para baixo). Se  $\overline{AB} = 5m$ ,  $\overline{BC} = 2m$ ,  $\overline{CD} = 3m$  e  $\overline{A'D'} = 15m$ , então, determine as medidas de  $\overline{A'B'}$ ,  $\overline{B'C'}$  e  $\overline{C'D'}$ .

Fonte: Adaptação – Dolce; Pompeo, 2013

**Orientações de desenvolvimento da atividade:**

- a) O professor deverá retomar as discursões sobre os conceitos geométricos, e sua aplicabilidade e enfatizar a importância dos registros de representações na resolução das atividades.
- b) De posse das atividades, o professor deverá incentivar os alunos a fazerem a conversão adequada, de acordo com a solicitação do problema, ou seja, a conversão do registro em linguagem natural para o registro figural.
- c) No final da atividade o professor deverá formalizar o conteúdo matemático em estudo.

## Considerações Finais

A ideia de elaborar o caderno de atividades surgiu da necessidade em contribuir para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Este caderno compõe-se de uma sequência de atividades que tem como objetivo possibilitar ao aluno conhecer e trabalhar com diferentes formas de registros de representação dos objetos matemáticos (proporcionalidade, função linear e Geometria: teorema de Tales), assim como identificar a relação que existe com outros ramos da matemática e outras áreas do conhecimento.

A sequência de atividades foi elaborada com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semióticos de Duval (1993). Essa teoria afirma que o aluno “só constrói o conhecimento através das representações semióticas”, visto que estas são responsáveis pelo desenvolvimento do pensamento humano mediante certas funções cognitivas. Nesta sequência apresentamos as atividades na linguagem natural, visando ensinar ao aluno a construir outros registros de representação semiótica.

No desenvolvimento das atividades cumpre detectar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Segundo Durval (2007), para analisar essas dificuldades de aprendizagem em Matemática é preciso verificar primeiramente se o aluno foi capaz de trabalhar as conversões dos registros de representações dos objetos matemáticos. As diferentes formas de registros de representação exercem um papel essencial na compreensão da Matemática.

Sendo assim, é importante que o professor planeje suas atividades baseado na teoria dos registros de representação semiótica, e dessa forma poderá identificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos e, conseqüentemente, contribuir para a construção do conhecimento matemático, melhorando, assim, o desempenho escolar dos alunos.

## Referências

- DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. revista. São Paulo: EDUC, 2008.
- DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnements cognitifs de la pensée. In: **Annales de didactique et Sciences Cognitives**. Strasbourg: Irem-UPL, v. 5, p. 37-65, 1993.
- \_\_\_\_\_. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silva Dias Alcântara (org). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**-Campinas, São Paulo: 3. ed. Papirus, 2007.
- \_\_\_\_\_. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. In: Campos, Tânia M. M.; Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: 1 ed. PROEM, 2011.
- GODINO, Juan. D. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM: The International Journal on Mathematics Education, v. 39, n. 1/2, p. 127-135, 2007.
- NERES, R. L. **Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do sexto ano**. 2010.196 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2010.