

**GYULIANA PINHEIRO RIBEIRO  
FÁBIO HENRIQUE SILVA SALES  
KARLA CRISTINA SILVA SOUSA**

A UTILIZAÇÃO

*D E L A P B O O K S*

PARA O ENSINO DAS  
LEIS DE KEPLER



**Gyuliana Pinheiro Ribeiro  
Fábio Henrique Silva Sales  
Karla Cristina Silva Sousa**

**A UTILIZAÇÃO DE LAPBOOKS PARA O ENSINO DAS LEIS DE KEPLER**

**São Luís**



**2021**

Copyright © 2021 by EDUFMA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Prof. Dr. Natalino Salgado Filho  
Reitor  
Prof. Dr. Marcos Fábio Belo Matos  
Vice-Reitor

EDITORA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Prof. Dr. Sanatiel de Jesus Pereira  
Diretor

**CONSELHO EDITORIAL**

Prof. Dr. Luís Henrique Serra  
Prof. Dr. Elídio Armando Exposto Guarçoni  
Prof. Dr. André da Silva Freires  
Prof. Dr. Jadir Machado Lessa  
Prof<sup>a</sup>. Dra. Diana Rocha da Silva  
Prof<sup>a</sup>. Dra. Gisélia Brito dos Santos  
Prof. Dr. Marcus Túlio Borowski Lavarda  
Prof. Dr. Marcos Nicolau Santos da Silva  
Prof. Dr. Márcio James Soares Guimarães  
Prof<sup>a</sup>. Dra. Rosane Cláudia Rodrigues  
Prof. Dr. João Batista Garcia  
Prof. Dr. Flávio Luiz de Castro Freitas  
Bibliotecária Suênia Oliveira Mendes  
Prof. Dr. José Ribamar Ferreira Junior

**Revisão**

Prof<sup>a</sup>. M.s. Márcia Costa Cordeiro

**Projeto Gráfico**

Prof<sup>a</sup>. M.s. Gyuliana Pinheiro Ribeiro

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Ribeiro, Gyuliana Pinheiro

A utilização de lapbooks para o ensino das Leis de Kepler [recurso eletrônico] / Gyuliana Pinheiro Ribeiro, Fábio Henrique Silva Sales, Karla Cristina Silva Sousa. — São Luís: EDUFMA, 2021.

55 p. : il. color

Modo de acesso: [www.gegfopeb.com.br](http://www.gegfopeb.com.br)

ISBN: 978-65-89823-41-4

1. Física – ensino aprendizagem. 2. Leis de Kepler. 3. Teoria de campos conceituais. I. Sales, Fábio Henrique Silva. II. Sousa, Karla Cristina Silva. III. Título

CDD 500

CDU 53:37

Elaborada por Eliziane Barbosa Costa do – Bibliotecária CRB 13/528

EDUFMA | Editora da UFMA  
Av. dos Portugueses, 1966 – Vila Bacanga  
CEP: 65080-805 | São Luís | MA | Brasil  
Telefone: (98) 3272-8157  
[www.edufma.ufma.br](http://www.edufma.ufma.br) | [edufma@ufma.br](mailto:edufma@ufma.br)

## PRÉFACIO

Caro (a) professor (a)!

Este material consiste em um planejamento de dez aulas de cinquenta minutos para trabalhar o tema “Leis de Kepler” com turmas do primeiro ano do Ensino Médio que podem ser inseridas no cronograma dos conteúdos da disciplina de Física.

A metodologia aplicada para o desenvolvimento das aulas foi a partir da construção de uma Sequência de Ensino Investigativa (SEI), que teve como propósito analisar o desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem em sala de aula, alinhada a uma abordagem conceitual adequada à Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud (1933).

Assim, toda a SEI, contém um conjunto de situações (que são as atividades desenvolvidas pelos alunos em sala) distribuídas em cinco momentos pedagógicos, potencialmente favoráveis ao desenvolvimento dos conceitos e dos campos conceituais do tema em questão. Essas situações pedagógicas são divididas em:

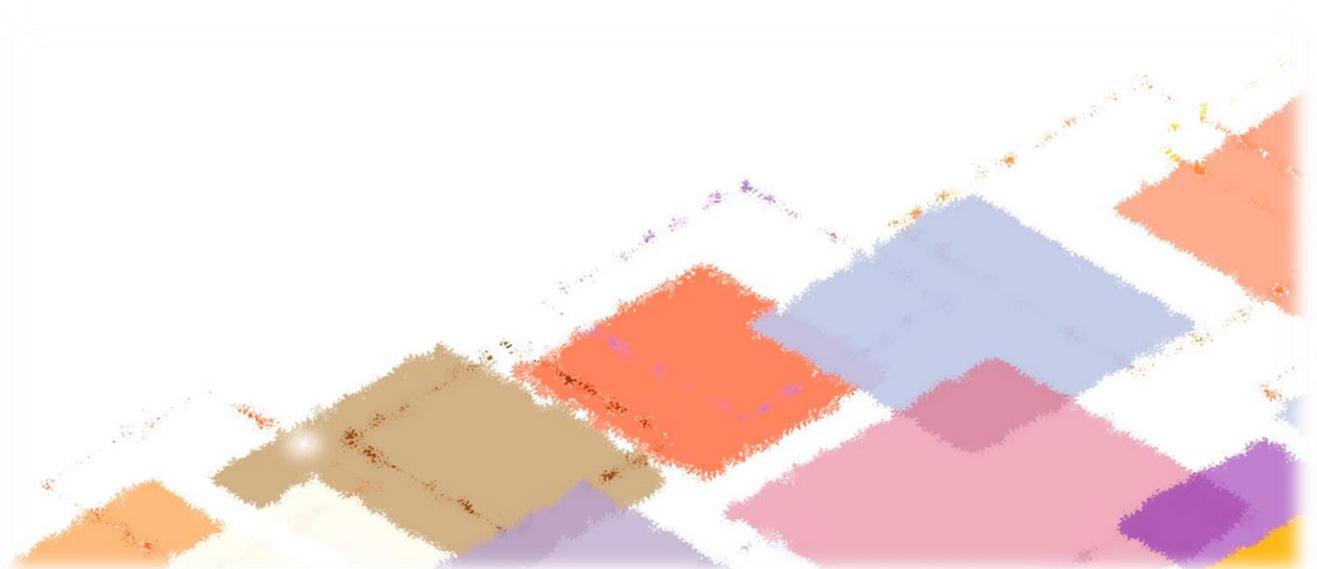
1. Atividades demonstrativas do fenômeno abordado;
2. Maquetes demonstrativas de baixo custo;
3. Construção de mapas conceituais;
4. Oficina de *Lapbook*.

Todo material que constitui esse produto foi elaborado com o propósito de motivar e enriquecer as aulas dos professores do Ensino Médio, sobre as Leis de Kepler, que é um conteúdo introdutório da Gravitação Universal muito importante, e com pouco recurso pedagógico acessível, principalmente para alunos de escolas públicas.

Os autores.

# Sumário

1. A Teoria dos Campos Conceituais.....	4
2. Resumo dos conteúdos das Leis de Kepler.....	7
2.1 Antes de Kepler – Modelos de Planetários .....	7
2.2 As Leis de Kepler do Movimento Planetário .....	10
Primeira Lei de Kepler.....	11
Segunda Lei de Kepler.....	13
Terceira Lei de Kepler.....	15
3. Sequência Investigativa – Planejamento.....	17
3.1 Descrição dos Momentos Pedagógicos.....	18
3.2 A Taxonomia SOLO como método de avaliação da SEI.....	28
4. As Situações Pedagógicas .....	30
4.1. As Atividades Demonstrativas .....	30
4.2. A Maquete das Leis de Kepler .....	34
4.3. Os Mapas Conceituais.....	399
4.4. O Lapbook.....	411
5. Avaliação .....	477
5.1. Ficha de Avaliação do Lapbook.....	477
REFERÊNCIAS.....	511



# 1. A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi proposta pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud, e toma como premissa que “o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio por parte do aprendiz, vai acontecendo ao longo de um extenso período de tempo, por meio da experiência, maturidade e aprendizagem.” (MOREIRA, 2002).

Segundo Vergnaud (1990), campos conceituais podem ser definidos como grandes conjuntos, informais e heterogêneos, de situações e problemas cuja análise e tratamento requerem diversas classes de conceitos, procedimentos e representações simbólicas que se conectam umas com outras. Sendo assim, sua teoria toma um caráter de pragmatismo no sentido de que pressupõe que a aquisição do conhecimento é moldada por situações problemas e as ações desse sujeito nessas situações (VERGNAUD, 1994, p.42), onde é por meio dessas situações a resolver que um conceito adquire sentido.

Assim, os conceitos podem ser definidos como um **tripleto de conjuntos** (VERGNAUD, 1990, p. 145; 1997, p. 6),  $C = (S, R, I)$ , onde:

- **S** é um conjunto de situações, responsáveis por dar sentido ao conceito,
- **I** é um conjunto de invariantes operatórios, que representam o significado do conceito e permitem reconhecê-lo em diferentes contextos;
- **R** é um conjunto de representações simbólicas, que servem para representar de forma explícita os invariantes operatórios.

O processo de construção do conceito é chamado por Vergnaud de “conceitualização”, e constitui o núcleo do desenvolvimento cognitivo. Ou seja, o comportamento dos estudantes na resolução de problemas é guiado por hipóteses, analogias, metáforas, que dependem da conceitualização. E é um processo que se constrói à medida que o aprendiz adquire novos conceitos e consegue aplicá-los a novas situações alargando, assim, o campo de possibilidades de aplicação desses conceitos e aprimorando suas operações de pensamento. À medida que o aprendiz consegue conceitualizar, cria então relações e representações e atribui significados, ao passo que, é confrontado a situações concretas que está vivendo.

Assim, de acordo com Festa (2015, p.7) “para conseguir generalizar e enriquecer o significado de um conceito é fundamental que experimente muitas novas situações nas quais ele (o conceito) é relevante para resolvê-las, isto é, situações em que ele pode ser empregado de diferentes maneiras. Somente dessa forma é possível captar a essência do conceito e apropriar-se dele”.

As diversas situações que dão sentido a um determinado conceito, um dos elementos essenciais do triplete que embasa sua teoria, deve ser inserida no contexto escolar, com o propósito do aluno resolver determinados problemas, de solução ainda desconhecida para ele. Neste caso, os aspectos conceituais de esquemas, outro conceito fundamental da TCC, são muito importantes, visto que, as ações vão se construindo de acordo com os esquemas formados e reformulados constantemente pelo sujeito. Vergnaud chama esquema à organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações (1990, p. 136), ou seja, é o que determina o comportamento que o sujeito vai ter quando se vê diante de uma dada classe de situação.

Nesta perspectiva, este material apresenta-se em consonância com a teoria psicológica do processo de conceitualização do real, através das diversas situações planejadas aos alunos, e que deve ser monitorada pelo professor, a medida, que as rupturas e continuidades entre conhecimentos vão aparecendo. As situações propostas aos discentes estão de acordo com o campo conceitual das Leis de Kepler, e buscam melhorar a abordagem dos conceitos deste conteúdo do 1º Ano do Ensino Médio.

## 2. Resumo dos conteúdos das Leis de Kepler

O produto educacional tem como foco desenvolver estratégias de aprendizagem sobre as Leis de Kepler. Dessa forma, é necessário que se faça um breve resumo desse tópico que faz parte de um dos conteúdos essenciais da Gravitação. Nesse contexto, começaremos o capítulo abordando um pouco da história dos modelos de planetários, relacionados a duas teorias importantes o Geocentrismo e o Heliocentrismo. Nos próximos tópicos abordaremos as Leis de Kepler e suas demonstrações sobre o movimento planetário.

### 2.1 Antes de Kepler – Modelos de Planetários

O ser humano sempre teve um imenso fascínio pelo céu, e ao longo dos tempos desenvolveu as mais variadas explicações para os fenômenos observados, que influenciaram suas ações e o interesse pelas ciências.

Na antiguidade, muito se discutia a respeito dos modelos astronômicos. E um desses modelos foi o influenciado por explicações gregas, de que a Terra era o centro do Universo. Esse modelo foi chamado de Geocêntrico (geo, em grego, significa Terra), e afirmava que a Terra estaria fixa, enquanto o Sol, a Lua, os planetas e as estrelas giravam em torno dela em movimentos circulares, que era considerado pelos gregos como um movimento perfeito.

**Figura 1** - Telescópio do Observatório Pico dos Dias, em Brasópolis – MG.



**Fonte:** Divulgação/LNA.

Vários filósofos propagaram esse modelo, Apolônio de Perga (216 – 196 a. C.), mas o que mais influenciou o pensamento da época foi Claudio Ptolomeu (90 – 168 d. C.), Figura 2, cujas ideias permaneceram por 15 séculos.

**Figura 2** - Claudio Ptolomeu.

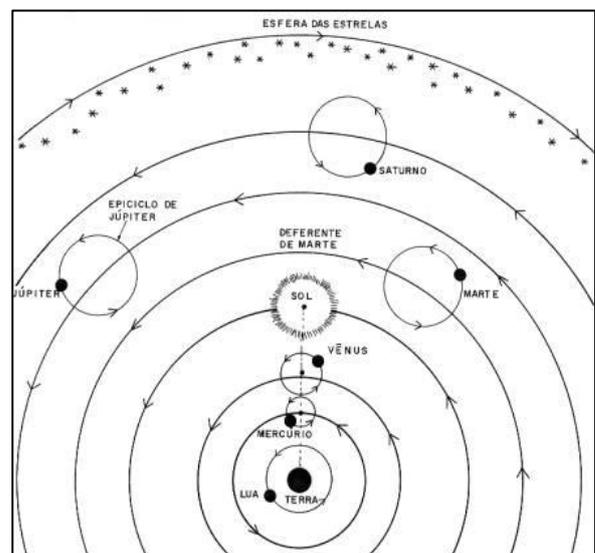


Fonte: BONJORNO *et al.* (2016).

O modelo geocêntrico Ptolomaico (Figura 3) levava em consideração a concepção de mundo como o de Aristóteles (no século IV a. C.), que defendia que a Terra era esférica e que estaria em repouso no centro do Universo, com movimentos naturais circulares e uniformes.

Na sua maior obra, mais conhecida como *Almagesto*, Ptolomeu desenvolveu um modelo geométrico e algébrico (Figura 3), que segundo esse sistema, as órbitas dos planetas eram descritas por **epiciclos**, cujos centros se moviam em círculos maiores em volta da Terra, os **deferentes**.

**Figura 3:** representação do Sistema Geocêntrico de Ptolomeu.



Fonte: BONJORNO *et al.* (2016).

De acordo com Bonjorno *et al.* (2016, p. 202) “O modelo ptolomaico foi aceito como verdadeiro e definitivo pelas autoridades intelectuais durante a Idade Média e boa parte do Renascimento”.

O fato era que esse fenômeno estabelecia aplicações condizentes para os fenômenos observados, apesar da complexidade dos cálculos e da geometria.

Coube ao polonês Nicolau Copérnico (1473 – 1543), na Figura 4 - a, retomar a ideia de Aristarco de Samos (310 -210 a. C.), que na Grécia antiga já havia proposto que o Sol estivesse no centro do sistema planetário, e esse modelo é denominado de Heliocentrismo (*helios*, em grego, significa Sol), como mostra a Figura 4.

Copérnico utilizando suas observações e de outros cientistas, publicou a obra *Das Revoluções dos Corpos Celestes*, no ano da sua morte. Aurélio e Toscano (2005, p. 66), relatam em sua obra, os 7 axiomas<sup>1</sup> propostos por Copérnico, que são:

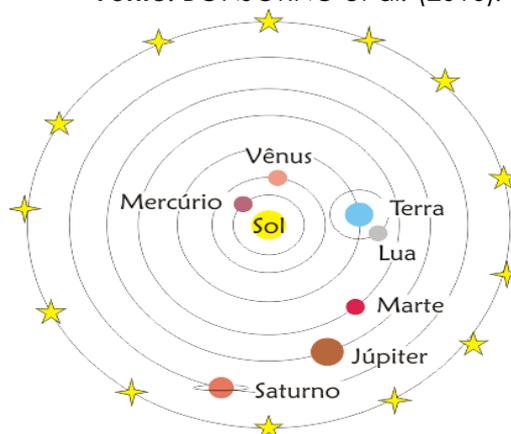
1. Nem todas as esferas celestes giram em torno de um único centro. (Entende-se por esfera celeste uma esfera imaginária na qual estariam fixados os astros e cujo centro corresponde ao olho do observador.)

<sup>1</sup> Também são premissas ou sentenças, aceitas como verdade, e serve como dedução de outras verdades.

**Figura 4** - a cima: Nicolau Copérnico (1473 – 1543); a baixo: Modelo Heliocêntrico de Copérnico.



**Fonte:** BONJORNO *et al.* (2016).



**Fonte:** MODELO HELIOCÊNTRICO, (2019).

2. O centro da Terra não é o centro do universo, mas apenas o centro de sua própria gravidade e o da órbita da Lua.
3. Todas as esferas giram em torno do Sol e, conseqüentemente, o Sol é o centro do universo.
4. A distância entre a Terra e as estrelas fixas é tão grande que, em comparação, a da Terra ao Sol é insignificante.
5. Os movimentos que aparecem no firmamento não provêm do movimento dele, e sim da Terra, que a cada dia, gira em torno do seu próprio eixo.
6. O que nos parece o movimento do Sol é apenas o movimento da Terra, que, como os outros planetas, gira em torno do Sol.
7. Os movimentos aparentes retrógrados dos planetas devem-se apenas ao movimento da Terra, que, como os outros planetas, gira ao redor do Sol.

A adoção do novo modelo implicaria em uma mudança radical de visão de mundo e, segundo *Bonjorno et al.* (2016, p. 203), "apesar de não ter sido amplamente aceita entre os estudiosos da época, a sua obra fez que surgisse uma nova interpretação do mundo baseada em argumentos matemáticos e na antiguidade clássica".

A astronomia começou a se desenvolver com as contribuições deixadas por cientistas da época como Galileu Galilei (1564 – 1642), onde observou pela primeira vez os anéis de Saturno, as fases de Vênus e as luas de Júpiter com os telescópios que haviam surgido nesse período. Com os dados do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546 – 1601), sobre o movimento do planeta Marte, Kepler desenvolveu explicações mais completas e precisas, favorecendo a veracidade do modelo heliocêntrico.

## 2.2 As Leis de Kepler do Movimento Planetário

Johannes Kepler (1571 – 1630), Figura 5, físico e matemático alemão, estudou na Universidade de Tübingen, na Alemanha, e conheceu as teorias heliocêntricas de Copérnico, e após muito estudo e trabalho matemático, estabeleceu a forma correta das órbitas dos planetas em

torno do Sol, culminando nos enunciados das três leis que descrevem o movimento planetário.

**Figura 5** - Johannes Kepler, físico, matemático e alemão, conhecedor das teorias heliocêntricas de Copérnico.



**Fonte:** BONJORNO *et al.* (2016).

### Primeira Lei de Kepler

Kepler era um defensor da teoria de Copérnico, o qual afirmava que as órbitas dos planetas eram circulares. E durante anos, tentou, sem sucesso, ajustar os dados das observações de Brahe da órbita de Marte a um círculo. No entanto, o ajuste sempre resultava numa diferença de alguns minutos de arco e ele sabia que as observações do grande astrônomo não poderiam estar tão incorretas.

Assim, apesar da relutância inicial, de abandonar uma ideia tão central proposta há quase dois mil anos, Kepler verificou que se supusesse que a órbita de Marte era oval, ou seja, possuísse uma forma elíptica em vez de circular, as observações de Brahe sobre as posições do planeta concordavam muito bem com seus cálculos. E com isso, ele

imediatamente concluiu que as órbitas dos planetas eram elípticas com o Sol ocupando um dos focos.

Essa descoberta foi angustiante para Kepler, pois, imbuído de acentuado espírito religioso, acreditava que a criação divina era perfeita e, portanto, órbitas circulares e esféricas eram mais condizentes com ela. Entretanto, diante dos dogmas religiosos, prevaleceu o espírito científico e Johannes Kepler estabeleceu o sistema solar como é hoje conhecido. (PENTEADO; TORRES, 2005, 182)

A partir dessas análises, a primeira lei de Kepler, que também é conhecida como **Lei das Órbitas**, é uma referência às órbitas dos planetas ao redor do Sol que não são circulares, mas, sim, elípticas.

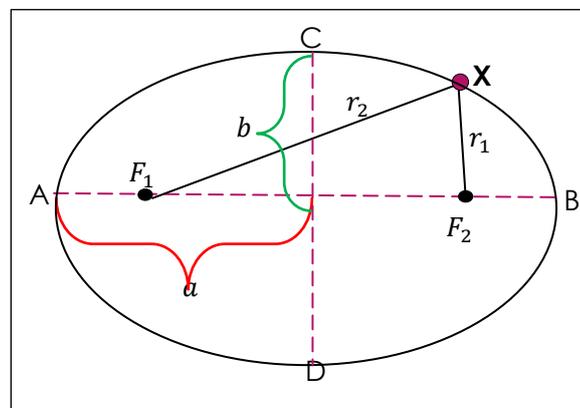
#### Enunciado a 1ª Lei

Os planetas giram ao redor do Sol descrevendo uma trajetória elíptica em que o Sol ocupa um dos focos.

Os elementos fundamentais de uma elipse são (Figura 6):

- $\overline{AB}$  é o eixo maior;
- $\overline{CD}$  é o eixo menor;
- $F_1$  e  $F_2$  são os focos;
- $F_1F_2$  é a distância focal;
- $a$  semi-eixo maior;
- $b$  semieixo menor.

**Figura 6** - Características de uma Elipse.



Fonte: Própria (2019).

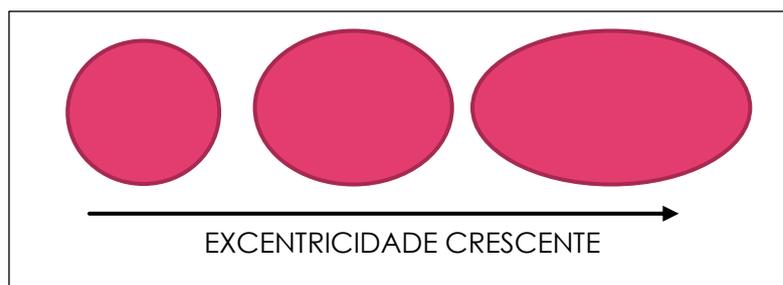
A soma das distâncias  $r_1$  e  $r_2$ , interligadas aos focos ( $F_1$  e  $F_2$ ) e ao ponto X sobre a elipse, corresponde a seguinte relação:  $r_1 + r_2 = \text{constante}$ .

Outra propriedade importante de uma elipse é a excentricidade (**e**), que é a grandeza que mede o desvio em relação a uma circunferência, isto é, quando a elipse fica mais “achatada”, ela é definida por:

$$e = \frac{\overline{F_1F_2}}{AB} \quad 2.1$$

Logo, a equação 2.1 acima indica que essa excentricidade é igual à distância entre os focos  $F_1F_2$  dividida pelo eixo maior. Ou seja, quanto maior a excentricidade, mais alongada será a elipse (Figura 7).

**Figura 7** - Excentricidade de uma elipse.



**Fonte:** Adaptada de CARVALHO FILHO (2007).

A **excentricidade** é uma grandeza que varia de 0 a 1. Quando a excentricidade é igual a 0, a elipse torna-se um círculo, pois  $F_1$  coincide com  $F_2$ , sendo a distância  $F_1F_2$  igual a 0, e a distância  $AB$  o diâmetro do círculo.

Entre os planetas do Sistema Solar, Mercúrio é o que descreve órbita de maior excentricidade sendo igual a 0,2. Os demais planetas incluindo a Terra, que possui excentricidade de 0,02, realizam órbitas praticamente circulares.

## Segunda Lei de Kepler

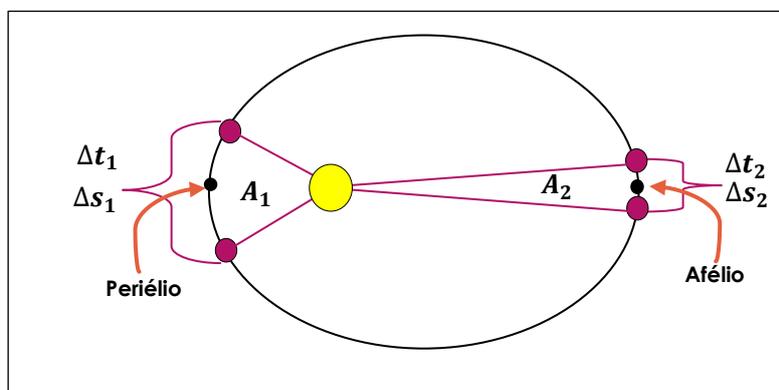
Nos estudos relacionados a velocidade dos planetas, Kepler verificou que os mesmos não se deslocavam ao redor do Sol com rapidez uniforme, mas que se moviam mais rapidamente quando estavam mais próximos ao Sol e mais lentamente quando estavam mais afastados dele (HEWITT, 2015). E com isso, formulou a sua segunda lei, também conhecida como **lei das áreas**:

### Enunciado a 2º Lei

O raio-vetor de cada planeta (segmento imaginário que liga o centro do Sol ao centro do planeta) varre áreas iguais em intervalo de tempos iguais, independentemente da posição do planeta em sua órbita.

Na Figura 8 a seguir temos que, se as áreas  $A_1$  e  $A_2$  forem iguais, o tempo que o planeta leva para percorrer os deslocamentos  $\Delta s_1$  e  $\Delta s_2$  também será igual.

**Figura 8** – Ilustração com elementos da elipse.



Fonte: Própria (2019).

Com isso, teremos que na representação a seguir, matematicamente, para um dado planeta, temos:

$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} \quad 2.2$$

Em que  $\Delta t$  é o intervalo de tempo e  $A$  é a área. Essa razão constante é a velocidade areolar do planeta.

Portanto, a velocidade do planeta sofre uma variação, ou seja, é maior quando está mais perto do Sol (periélio), e menor quando se afasta do Sol (afélio). E então:

$$v_{\text{periélio}} > v_{\text{afélio}} \quad 2.3$$

É importante enfatizar que, durante a translação de um planeta não há ganho e nem perda de energia, portanto a energia mecânica do sistema (planeta e Sol) é constante. No periélio, a energia cinética é máxima, enquanto a energia potencial gravitacional é mínima. No afélio, a energia cinética é mínima, e a energia potencial gravitacional é máxima.

### Terceira Lei de Kepler

A busca de Kepler para descobrir uma conexão entre os tamanhos das órbitas dos planetas e seus períodos de revolução ao redor do Sol teve êxito somente dez anos depois da formulação da primeira e segunda lei.

Em sua 3ª Lei, também conhecida como **Lei dos Períodos**, Kepler utiliza mais uma vez os dados das observações de Brahe, para estabelecer que, quanto mais distante do Sol o planeta estiver, maior será o tempo para percorrer a órbita.

Sendo  $T$  o período de translação (ou ano planetário), ou seja, o intervalo de tempo para completar uma volta em torno do Sol, e  $R$  a distância média do planeta ao Sol:

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

**Enunciado a 3ª Lei**

O período de translação de cada planeta em torno do Sol, elevado ao quadrado, é diretamente proporcional à distância média do planeta ao Sol elevado ao cubo.

Onde  $K$ , chamada constante de proporcionalidade, que depende apenas da massa do Sol (ou qualquer astro) em torno do qual os corpos orbitam.

A distância média  $R$  do planeta ao Sol, representada na equação acima, equivale a média aritmética entre a maior e a menor distância entre o planeta e o Sol.

É importante lembrar que as leis de Kepler, notadamente a 3ª Lei, são válidas tanto para os movimentos dos planetas em torno do Sol quanto para sistemas de corpos que orbitem gravitacionalmente em torno de uma massa central. Podem ser aplicadas, por exemplo, aos satélites naturais ou artificiais (no caso da Terra) dos planetas.

### 3. Sequência Investigativa – Planejamento

**N**este tópico, apresentaremos os procedimentos metodológicos, do produto educacional, que foram aplicados por intermédio da Sequência Didática Investigativa (SEI) à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, visando levar os alunos a ingressar no campo conceitual que envolve as Leis de Kepler, através das situações apresentadas aos mesmos, para dar sentido aos conceitos científicos trabalhados, uma vez que a teoria aponta que o conhecimento está organizado em campos conceituais que o sujeito acessa, lentamente, a partir das situações que lhe são apresentadas.

Para alcançar os objetivos apontados na sequência, com relação a disciplina de Física, tornou-se importante enfatizar pontos essenciais que são trabalhados nos PCNs quanto aos conhecimentos relacionados ao ensino desta área:

Espera-se que o ensino de Física, na escola média, contribua para a formação de uma cultura científica e efetiva, que permita o indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associados às outras formas de expressão e produção humanas. É necessário também que essa cultura em Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos técnicos ou tecnológicos, do cotidiano doméstico, social e profissional. (2002, p. 229)

Ressalta-se, assim, a necessidade de se trabalhar uma sequência de ensino que não se atenha apenas a conhecimentos já propostos e sedimentados sobre o campo conceitual abordado, mas que seja capaz de trabalhar também os caminhos pelos quais se chega até tais conhecimentos e as consequências que eles podem trazer para a realidade do aluno.

Abaixo descreveremos os momentos pedagógicos trabalhados e a estrutura da SEI.

### 3.1. Descrição dos Momentos Pedagógicos

A SEI é composta, por aulas em que deverá orientar a ação pedagógica das situações planejadas ao desenvolvimento dos conceitos científicos abordados.

Dentro desse contexto, cada Momento Pedagógico, caracteriza-se por apresentar situações nas quais o professor precisa envolver seus alunos, com relação ao conteúdo proposto. Pois, de acordo com Vergnaud (1990), a aprendizagem acontece quando o sujeito interage com as situações no intuito de resolvê-las, pondo em ação seus esquemas e os conhecimentos (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) contidos nos esquemas.

Essas situações vão exigir que o discente interprete dados, manipule esses dados segundo regras predeterminadas ou crie novas regras, identifique e/ou estabeleça relações, represente e avalie os resultados com esforço e intenção de chegar a uma solução para a situação apresentada. (FESTA, 2015, p. 9)

Nessa perspectiva, vale ressaltar a importância do papel do professor em todo esse processo, que segundo Moreira (2011), é um mediador, e sua principal tarefa consiste em ajudar o aluno a desenvolver seu repertório de esquemas e representações, oferecendo-lhe, para isso, situações que favoreçam este desenvolvimento, capazes de elevarem ao domínio do campo conceitual.

Na definição de campo conceitual aparece o conceito de situação. É a partir do confronto com essas situações, e do domínio que progressivamente alcança sobre elas, que o sujeito molda os campos conceituais que constituem seu conhecimento. (GRECA, MOREIRA, 2003, p. 54)

É importante ressaltar, que Vergnaud (1990;1993) aponta três justificativa na TCC, para que se utilize o conceito do campo conceitual como forma de análise para a questão da obtenção de conhecimento:

- 1. Um conceito não se forma a partir de um só tipo de situação;*
- 2. Uma situação não se analisa com um só conceito;*
- 3. A construção e a apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo.*

Ou seja, durante todos esses processos de apreensão dos campos conceituais, os alunos vão sendo tomados por concepções e competências (saber fazer), durante a realização de tarefas que lhe exijam comportamento ativo de exploração, experimentação etc., com o objetivo de encontrar uma resposta ou solução, essa ação gera o desenvolvimento cognitivo do discente, pois, permite o mesmo ir fazendo relações entre diferentes conceitos, abrangendo diferentes contextos, permitindo assim desenvolver-se cognitivamente.

Partindo de todas as ideias e aspectos apresentados acima, a SEI foi estruturada em cinco Momentos Pedagógicos compostos de 10 (dez) aulas com: atividades demonstrativas do fenômeno abordado, apresentação de maquetes, mapa conceitual e construção de *Lapbook*, para a prática da aprendizagem dos conceitos das Leis de Kepler. Abaixo veremos uma breve revisão da estrutura da SEI:

- O Primeiro Momento Pedagógico é constituído de uma aula, onde foi feita uma atividade diagnóstica para a coleta dos conhecimentos prévios dos alunos, com a aplicação de um pré-teste e um desenho prático de como eles imaginam ser o sistema solar, e após análise buscar e abordar dentro dessa realidade uma

aprendizagem significativa conceitualmente, e procedimentalmente.

- O Segundo Momento Pedagógico é formado por quatro aulas, onde se trabalhou inicialmente o contexto histórico a fim de organizar o conhecimento com relação ao espaço e tempo, com a aula intitulada de “Antes de Kepler”, esse momento é essencial para demonstração de conceitos iniciais, e de esquemas iniciais (primeiras impressões) do conteúdo. Logo após, em outras três aulas, será trabalhado os conceitos e demonstrações envolvendo o campo conceitual das Leis de Kepler, objetivando buscar enriquecer os conhecimentos de seus esquemas ou auxiliando-os a construir novos esquemas. As situações neste momento pedagógico estão voltadas ao desenvolvimento das atividades demonstrativas das leis e da ilustração através das Maquetes das Leis de Kepler, com o intuito de alcançar uma organização dos esquemas já adquiridos como preparação para as situações seguintes sobre o campo conceitual estudado.

- O Terceiro Momento Pedagógico tem por base que a partir dos conhecimentos já estudados sobre as três leis de Kepler, pode-se desenvolver a elaboração dos Mapas Conceituais, como uma proposta de levar representações sobre o conceito estudado, e a identificação de possíveis invariantes operatórios relacionamos a estes conteúdos trabalhados nas diversas situações anteriormente citadas.

- O Quarto Momento Pedagógico, é dividido em duas aulas, e as situações deste momento estão relacionadas a aplicação de uma oficina de *Lapbook*, que é um recurso pedagógico, que pode trazer uma contribuição na construção de conceitos dos alunos e, avaliação de possíveis invariantes operatórios por parte do professor no processo de ensino-aprendizagem.

- O Quinto Momento Pedagógico, está relacionado a avaliação da SEI, e consiste em aplicar um questionário aberto que inicialmente, busca identificar o pensamento ou posicionamento dos estudantes, com relação a construção da existência de invariantes operatórios da teoria trabalhada.

Abaixo veremos o modelo estrutural da SEI, que o professor poderá aplicar em sala de aula para cada momento pedagógico trabalhado sobre o tema das Leis de Kepler. É importante destacar que toda a SEI foi elaborada com base nas Orientações Curriculares do Ensino Médio (2018).

### Sequência Didática

<b>Disciplina</b>	<b>Física</b>
<b>Professor</b>	****
<b>Turma/ Série</b>	1º Ano – Médio

### Diagnóstica - “Avaliação Inicial”

<b>Primeiro Momento Pedagógico</b>	
<b>Etapa do Momento Pedagógico</b>	Análise Diagnóstica
<b>Tema Gerador</b>	As Leis de Kepler
<b>Tempo previsto</b>	2 horários / 1 horário = 50 min
<b>Participantes</b>	Individual
<b>Objetivos da aprendizagem</b>	<p>- Conceitual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar os princípios universais que tem valor para interações com qualquer tipo de força, em variantes fenômenos no processo de ensino aprendizagem através do conhecimento prévio do aluno para detectar os conceitos básicos das “Leis de Kepler” no dia a dia da sala de aula.</li> </ul> <p>- Procedimental:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observar os conceitos básicos de Física e como os movimentos são produzidos,</li> </ul>

	<p>mantidos e alterados como parte fundamental no convívio social presente no aluno para o desenvolvimento do pensamento científico.</p> <p>- Atitudinal:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Prever ou avaliar movimentos em sistemas planetários.</li></ul>
<b>Competências</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Despertar no educando do 1º ano do Ensino Médio a relevância da atividade diagnóstica através de avaliações escritas objetivas, como um dos instrumentos de apropriação do conhecimento referente as Leis de Kepler, para interpretar, avaliar e planejar para intervenções científicas tecnológicas.</li><li>• Avaliar o conhecimento prévio do aluno como fator essencial para a construção do conhecimento significativo dos conceitos básicos do tema gerador em estudo, no contexto da sala de aula através dos questionários aplicados.</li></ul>
<b>Procedimentos Metodológicos</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Articular e saber o tema em estudo em torno dos conteúdos estruturantes e prevê o conhecimento e suas competências que os alunos devem desenvolver, para a relevância e os cuidados preventivos com obtenção de informações, avaliadas, invariantes operatórias (teorema-em-ação e conceito-em-ação) nos contextos, registrando a análise das informações obtidas através da problematização (para além do senso comum e o conhecimento de mundo) e assim visando o conhecimento científico.</li></ul>
<b>Materiais Necessários</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Foram utilizados os seguintes recursos para aplicar a diagnóstica no contexto da sala de aula, de forma bem clara, para que os alunos possam analisar cada questão de</li></ul>

	<p>forma objetiva e significativa tendo como foco os conhecimentos básicos das Leis de Kepler e da Gravitação Universal e um novo olhar para o mundo contemporâneo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Livros didáticos, data show, computador, quadro branco, pincel, lápis, canetas, folha de papel A4 e o modelo de <i>Lapbook</i>.</li> </ul>
<b>Desenvolvimento da sondagem – Produção Inicial</b>	
<b>1º Ação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar a aula apresentando uma breve reflexão aos estudantes sobre a relevância da diagnóstica e o tema abordado no contexto da sala de aula.</li> </ul>
<b>2º Ação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Em seguida, oportunizar aos alunos a se expressarem individualmente através da atividade escrita com perguntas objetivas a partir dos conhecimentos prévios sobre o conteúdo abordado.</li> </ul>
<b>3º Ação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Foi reservado um tempo para que os alunos refletissem e buscassem as respostas que expressassem o conhecimento adquirido, e assim, levantassem hipóteses, justificando suas premissas.</li> </ul>
<b>4º Ação</b>	<p>- Síntese e observações da sondagem.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tratou-se de concluir com os alunos a aula, verificando o desempenho de cada um acerca do projeto “As Leis de Kepler” a partir da apresentação da aula na introdução tendo como foco a proposta de construção de um desenho prático livre com temáticas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de ensino aprendizagem.</li> </ul>

## Situações da Aprendizagem no Contexto Escolar

<b>Segundo e Terceiro Momento Pedagógico</b>	
<b>Etapa do Momento Pedagógico</b>	1 - Atividades e Maquetes Demonstrativas 2 - Mapa Conceitual
<b>Tema Gerador</b>	As Leis de Kepler
<b>Tempo previsto</b>	8 horários / 1 horário = 50 min
<b>Participantes</b>	Dois alunos (dupla)
<b>Objetivos da aprendizagem</b>	<p>- Conceitual (Saber):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação dos conceitos a partir das oficinas temáticas com atividades demonstrativas, maquetes e construção de mapas conceituais, para despertar no aluno através das praxes pedagógicas, e o convívio social intra e extraescolar, que são fatores essenciais para garantir o conhecimento científico e investigativo no contexto sociocultural e ambiental.</li> </ul> <p>- Procedimental (Saber Fazer):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a ciência Física como a parte integrante de construção da humanidade, relacionando a história de "Antes de Kepler" até as explicações das suas "Três Leis" que fundamentam o movimento planetário, com o desenvolvimento conceitual das competências e habilidades no saber fazer a partir de uma visão holística.</li> </ul> <p>- Atitudinal (Saber Ser):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar as Leis de Kepler através das aulas para então se apropriar de novos conhecimentos no campo conceitual estudado proposto pelo professor regente no contexto escolar.</li> </ul>
<b>Desenvolvimento das Atividades Aplicadas</b>	
<b>1º Ação: Atividades e Apresentação da Maquete</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durante as explicações e explanações dos conceitos referentes as Leis de Kepler, os alunos desenvolveram atividades</li> </ul>

	<p>demonstrativas para cada uma dessas leis, possibilitando ao aluno a construção de esquemas e elevação do nível de seu conhecimento sobre o tema em questão, percebendo que a ciência e a tecnologia estão intimamente ligadas no processo de ensino aprendizagem.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Em seguida, foi desenvolvida uma aula prática sobre as Leis de Kepler com a exposição da Maquete demonstrativa sobre essas leis;</li> </ul>
<p><b>2º Ação: Mapa Conceitual</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nesta etapa, foi necessário a construção obrigatória do mapa conceitual para nortear o caminho que transcende a teoria com a prática, sendo um importante recurso para o aprimoramento, entre os esquemas construídos e a situação imposta com relação ao campo conceitual trabalhado.</li> </ul>
<b>Quarto Momento Pedagógico</b>	
<p><b>Etapa do Momento Pedagógico</b></p>	<p>Oficina de Lapbook</p>
<p><b>Tema Gerador</b></p>	<p>As Leis de Kepler</p>
<p><b>Tempo previsto</b></p>	<p>4 horários / 1 horário = 50 min</p>
<p><b>Participantes</b></p>	<p>Dois alunos (dupla)</p>
<p><b>Objetivos da aprendizagem</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conceitual (Saber):             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender que a Física, representa um conjunto de competências específicas que permitem lidar com os fenômenos naturais e tecnológicos presentes no cotidiano, a partir, de princípios, leis e modelos construído pelo homem.</li> </ul> </li> <li>- Procedimental (Saber Fazer):             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar discursões, a partir da primeira tarefa com questionamentos sobre a ação aplicada na construção do <i>Lapbook</i> com indagações sobre as Leis de Kepler na prática docente e discente inerente no</li> </ul> </li> </ul>

	<p>projeto pedagógico para saber fazer fazendo oficinas temáticas no currículo diversificado.</p> <p>- Atitudinal (Saber Ser):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Articular saberes construído pelas diversidades no âmbito educacional e local com saberes científicos, culturais, sociais e tecnológicos, despertando valores, atitudes e superando os obstáculos de forma crítica e participativa deste processo na vida do aluno e no cotidiano da escola incorporado no currículo a proposta aplicada consciente de seus direitos e deveres como cidadão e também qualidade de vida.</li> </ul>
<b>Desenvolvimento das Atividades Aplicadas</b>	
<b>1º Ação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Após a participação oral, escrita com produção dos estudantes para ampliar o conhecimento dos mesmos e confirmar a apropriação do conhecimento de toda a forma, os mesmos, foram orientados na realização da construção do <i>Lapbook</i> como uma forma de elevar a apropriação de esquemas e identificação dos invariantes operatórios presentes no campo conceitual abordado (As Leis de Kepler).</li> </ul>
<b>2º Ação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• E em seguida, oportunizar cada aluno a construção dos <i>Lapbooks</i> e <i>minibooks</i>, fundamentando cada tema em estudo do conhecimento adquirido com os seguintes recursos: papel canson (ou cartolina), papel colorido, tesoura, régua.</li> </ul>
<b>Quinto Momento Pedagógico</b>	
<b>Etapa do Momento Pedagógico</b>	Questionário Final
<b>Tema Gerador</b>	As Leis de Kepler
<b>Tempo previsto</b>	2 horários / 1 horário = 50 min
<b>Participantes</b>	Individual

<p><b>Objetivos da aprendizagem</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conceitual (Saber):             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliar a aprendizagem e o desenvolvimento das competências e habilidades de forma reflexiva e investigativa primeiramente em diferentes situações no processo com referência contínua, necessária, inovadora e metodológica, objetivando a aprendizagem do aluno.</li> </ul> </li> <li>- Procedimental (Saber Fazer):             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar coletas de dados e análises de informações relevantes de forma qualitativa e quantitativa, sistematizando as tarefas com práticas construtivas de cada momento pedagógico e avaliar com referência e fundamentando-se a tomada de decisão, com foco na aprendizagem.</li> </ul> </li> <li>- Atitudinal (Saber Ser):             <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definir os instrumentos que serão utilizados para melhor acompanhar o processo de aprendizagem dos alunos para que tenham uma postura máxima a observações investigativa e aptidões dos estudantes adequadas ao contexto escolar.</li> </ul> </li> </ul>
<p><b>Desenvolvimento das Atividades Aplicadas</b></p>	
<p><b>1º Ação</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos serão organizados em fileiras em sala de aula e irão receber uma ficha de atividades subjetivas.</li> </ul>
<p><b>2º Ação</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A atividade desenvolvida será voltada em torno de conceitos relevantes onde será importante para a identificação de possíveis invariantes operatórios em seus resultados.</li> </ul>

### 3.2 A Taxonomia SOLO como método de avaliação da SEI

No processo de aplicação da SEI, foi utilizado para a análise das respostas dos alunos, através de todos os trabalhos desenvolvidos, uma teoria desenvolvida por Biggs e Collis (1982) denominada Taxonomia SOLO (*Structure of Observing Learning Outcome*) que admite a existência de estágios de desenvolvimento cognitivo, também caracterizados pelos autores como “modos de pensamento”, surgem em idades aproximadamente definidas, porém, esses estágios não são gerais, mas específicos para cada domínio de conhecimento em que o discente opera.

A teoria que propõem é multimodal, e seu foco é na avaliação qualitativa da aprendizagem de conteúdos específicos. A forma de resolução de problemas em um determinado momento definirá os modos e não as estruturas cognitivas dos sujeitos. (AMARANTES e OLIVEIRA, 2012, p. 65)

Para eles, de acordo com as respostas, os estudantes podem exibir, dentro de um modo, níveis distintos de complexidade no seu entendimento. Nesse modelo apresentado por Biggs e Collis, a aprendizagem do aluno se divide em cinco níveis de complexidade quanto ao modo de funcionamento de seu pensamento, que são: pré-estrutural, uniestrutural, multiestrutural, relacional e abstrato estendido.

Esses níveis, segundo Amarantes e Oliveira (2012, p. 66), “se relacionam tanto à qualidade como à quantidade de informações processadas”, e estão descritos abaixo na tabela 1 com os seus respectivos exemplos, retirados do questionário final da aplicação do produto sobre as Leis de Kepler:

**Tabela 1:** Descrição dos Níveis taxonômicos

NÍVEIS TAXONÔMICOS	DESCRIÇÃO	EXEMPLO
<b>Pré-estrutural (P)</b>	O aluno apresenta respostas inadequadas e em um nível aquém do que é solicitado na questão, não demonstrando foco para o essencial, e por fim, não conseguindo desenvolver o item.	<i>“Lei das órbitas.”</i>  (O aluno não desenvolve o enunciado, apenas cita a lei.)
<b>Uniestrutural (U)</b>	O aluno mantém o foco no item correto, porém o mesmo dispõe de poucas informações para a resolução do problema em questão.	<i>“Lei das órbitas – os planetas descrevem a trajetória de forma diferente”.</i>
<b>Multiestrutural (M)</b>	O discente desenvolve apresenta vários aspectos relevantes na estrutura de suas respostas, desenvolvendo corretamente a relevância da informação. Porém, algumas inconsistências podem aparecer devido à falta de integração entre algumas informações.	<i>“Leis das áreas: trata da velocidade com que um planeta orbita em torno do Sol, relacionando as áreas com os períodos”.</i>
<b>Relacional (R)</b>	Os alunos acessam e percebem as informações corretamente, avaliando e relacionando os dados. Ainda que não haja inconsistências em seus resultados, o mesmo não apresenta uma visão global dos dados apresentados.	<i>“A área descrita pelo raio vetor de um planeta é diretamente proporcional ao tempo gasto”.</i>
<b>Abstrato Estendido (A)</b>	Os alunos apresentam resultados com conceitos mais gerais tendo a capacidade de adaptar as informações, convocar estruturas para análises mais abstratas e apresentar respostas com visão mais global, capazes de serem inseridas em qualquer contexto.	<i>“Lei dos períodos mostra a relação diretamente proporcional entre o período de revolução de um planeta ao redor do Sol e o raio médio da órbita do planeta”.</i>

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

A partir das descrições feitas para cada nível de complexidade da Taxonomia SOLO, utilizamos para a análise das respostas dos alunos nas atividades de: mapas conceituais, *lapbooks* e questionários aplicados durante o processo de trabalho do produto educacional, tais informações foram imprescindíveis para busca de resultados. A seguir, iremos apresentar as situações pedagógicas aplicadas no produto de ensino desenvolvido, nos conceitos das Leis de Kepler.

## 4. As Situações Pedagógicas

**N**este capítulo falaremos sobre as situações aplicadas no produto educacional desenvolvido, para a compreensão dos conceitos das Leis de Kepler. Tais situações são a base do processo de apreensão dos conceitos abordados em determinado conteúdo, e fazem parte da TCC de Vergnaud, tidas como tarefas, teóricas e/ou empíricas, realizadas pelo sujeito. Ainda, segundo Vergnaud:

O saber se forma a partir de problemas para resolver, quer dizer, de situações para dominar. [...] Por problema é preciso entender, no sentido amplo que lhe atribui o psicólogo, toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma solução (1990, p.52).

Sendo assim, Vergnaud, busca relacionar o desenvolvimento do aprendiz (ou aluno) com as tarefas que o mesmo é levado a resolver. Greca e Moreira (2002, p. 55) também afirmam que, “se esse processo ocorrer em diferentes situações, o ter que explicitar o seu conhecimento permite refinar os significados utilizados”. Nesse sentido, as situações diversas levadas ao ensino dos conceitos das Leis de Kepler, utilizadas neste estudo são: as atividades demonstrativas adaptadas do livro Manual de Astronomia (CANALLE e MATSSURA, 2012); as Maquetes das Leis de Kepler construídas com material de baixo custo; a aplicação dos Mapas Conceituais; A Oficina de *Lapbook*. Cada uma das situações pedagógicas será apresentada nos próximos tópicos.

### 4.1. As Atividades Demonstrativas

- A Elipse e a Primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas).
- A Área dos Planetas e a Segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas).

- O Período de translação dos planetas e a Terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos).

#### Objetivos das Atividades

- Construir elipses para observar os seus parâmetros geométricos, e a excentricidade, foco e o eixo maior e menor.
- Demonstrar a segunda lei de Kepler, analisando a relação proposta pela lei: “áreas iguais em intervalos de tempo iguais”.
- Calcular a constante mencionada na lei e usá-la para demonstrar o período de translação dos planetas.

#### Material utilizado:

- Placa de papelão;
- Folha de papel A4;
- Folha de papel milimetrado;
- Barbante;
- Régua;
- Tachinhas;
- Lápis e borracha;
- Tesoura;
- Calculadora.

#### Procedimentos da Atividade 1

1. Inicialmente os alunos deverão escolher o valor da excentricidade da órbita que desejam desenhar, para isso, o professor deve apresentar uma tabela de valores da excentricidade para cada planeta. Por exemplo, a elipse de Plutão que apresenta uma excentricidade de  $e = 0,25$ .
2. Logo após, o professor deve escolher o valor do eixo maior (A) da elipse, que pode ser um valor arbitrário (Então será:  $A = 20 \text{ cm}$ ), e apresentar para a turma.

3. Com a utilização da equação da excentricidade de uma elipse, os discentes irão encontrar o valor da distância focal ( $F$ ), que pode ser obtida com os valores anteriormente apresentados. Veja as equações abaixo:

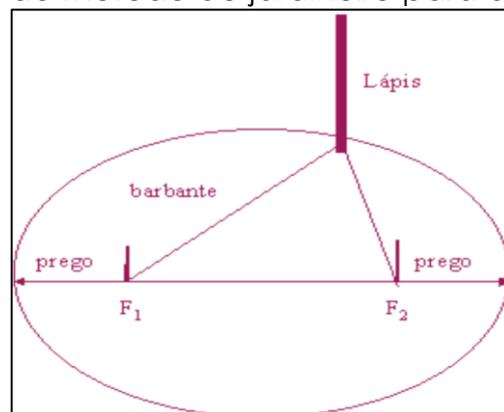
$$e = \frac{F}{A} \rightarrow F = e \cdot A \quad 4.1$$

4. Com os valores já calculados e colocados em uma tabela, utilizando o Método do Jardineiro, os alunos deverão encontrar o comprimento do barbante ( $L$ ), que é obtido através da soma da distância focal ( $F$ ) e o eixo maior ( $A$ ), ou seja:

$$L = F + A \quad 4.2$$

5. Em seguida, os alunos devem colocar um papel na base de papelão, traçar com uma régua no centro da folha o valor do eixo maior ( $A$ ), depois colocar os focos ( $F_1$  e  $F_2$ ) com as tachinhas sobre eles e o barbante amarrado. Para o desenho, colocar o lápis sempre na vertical, e o barbante sempre esticado, como a figura abaixo:

**Figura 9** - Esquema do método do jardineiro para desenhar uma elipse.



**Fonte:** CANALLE; MATSSURA (2012).

### Procedimentos da Atividade 2

1. Com os dados da Atividade 1, os alunos deverão desenhar a órbita do planeta em um papel milimetrado para o cálculo da área do planeta.
2. Para relacionar o que a lei fala sobre “áreas iguais em intervalos de tempos iguais” com a demonstração, usaremos os dados de Plutão (mas, pode ser com qualquer outro planeta ou cometa) e partiremos dos seguintes dados: que o período de translação de Plutão é de 248 anos, e que ao dividimos esse valor por 5, obtemos 5 intervalos iguais de aproximadamente 50 anos cada.
3. Logo após, os alunos devem ser orientados a contarem todos o “centímetros quadrados” do papel milimetrado que estavam inteiramente dentro do “pedaço” da “área” e multiplicar esse número por 4 pois, a unidade de área, na verdade é o quadradinho com 5 mm de lado (um quarto de centímetro quadrado) do papel.
4. Os quadradinhos da fronteira (de 5 milímetro de lado), em que a linha da fronteira passa por eles, também devem ser contados. Logo em seguida, os discentes devem somar esses quadradinhos e divididos por 2.
5. Por fim, somando os resultados obtidos nos dois itens anteriores os alunos obtiveram a área da seção medida para uma das áreas. Depois deve-se repetir o procedimento para a outra “área”.

### Procedimentos da Atividade 3

1. Para esta atividade o professor deve orientar os alunos a utilizarem apenas lápis, borracha e o uso da calculadora.
2. No desenvolvimento da atividade, inicialmente os discentes devem descobrir qual é o valor da constante (k) mencionada na Lei dos Períodos, utilizando a equação da lei e os dados do raio e

do período de cada planeta (que devem ser disponibilizados para os alunos).

3. No segundo momento, os alunos devem encontrar o período (T) de translação dos seguintes planetas: Urano, Netuno e Plutão. Para tanto, deve ser disponibilizado o valor de seus raios médios, e através da equação da lei, os mesmos devem calcular os períodos desses planetas.

## 4.2. A Maquete das Leis de Kepler

A maquete demonstrativa das leis de Kepler foi produzida com o intuito de promover um maior aprendizado, visto que, através da mesma é possível aliar teoria e prática, concretizando o processo de ensino aprendizagem sobre os conceitos trabalhados no campo conceitual estudado.

As vantagens da utilização deste recurso em sala de aula é a de que o professor pode produzir seu próprio material por ser totalmente de baixo custo. Abaixo descreverei os procedimentos de construção e aplicação deste material didático.

### 4.2.1 Procedimentos de Construção

Materiais utilizados

- Quadro negro de 22 x 15;
- E.V.A preto brilhoso e branco;
- 1/2 bola de isopor (para representar o Sol);
- 1 motor de rotação;
- 1 papel Canson (ou cartão) preto para fazer a base da elipse;
- 1 laser;
- Duas tachinhas ou pregos;

- Barbante;
- 1 giz branco de quadro negro.
- Tinta guache amarela;
- Pincel;
- Bastão de cola quente e 1 pistola de cola quente;
- Cola de silicone;
- Tesoura;
- Régua;
- Estilete;
- Fita dupla face.

### Construção da Maquete

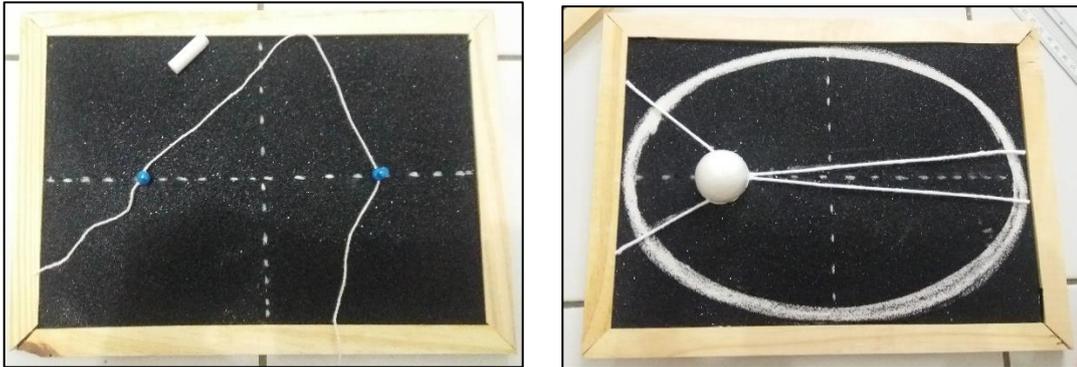
- I. Primeiramente, monta-se a base com o quadro negro, e com o E.V.A recortado com as mesmas dimensões, cole na base com a fita dupla face.

**Figura 10** - Base de quadro negro com E.V.A.



**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

- II. Trace com um giz branco na base, a elipse e os eixos (maior e menor), utilizando o método do jardineiro, com o auxílio de um barbante e duas tachinhas posicionadas nos focos. Depois da elipse desenhada, utilize o barbante para marcar as áreas da elipse em alto relevo, e cole a bola de isopor em um dos focos para representar o Sol.

**Figura 11** – Construção da elipse na base.

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

- III. Logo após, perfure o outro foco, e coloque o motor de rotação que servirá de suporte para o Laser, onde o mesmo representará o movimento do planeta ou qualquer outro astro ao redor do Sol. Conecte o motor em um circuito simples a fonte, o da maquete abaixo funciona com duas pilhas de 1,5 V.

**Figura 12** – Suporte para o laser.

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

- IV. Ao final, a maquete deve possuir uma base que servirá de suporte para demonstração do movimento do planeta ao redor do Sol, e também uma gavetinha em que possui a explicação das três leis de Kepler com os desenhos em alto relevo, para facilitar o

acompanhamento dos alunos com relação ao conteúdo trabalhado.

**Figura 13** – Maquete demonstrativa das Leis de Kepler.



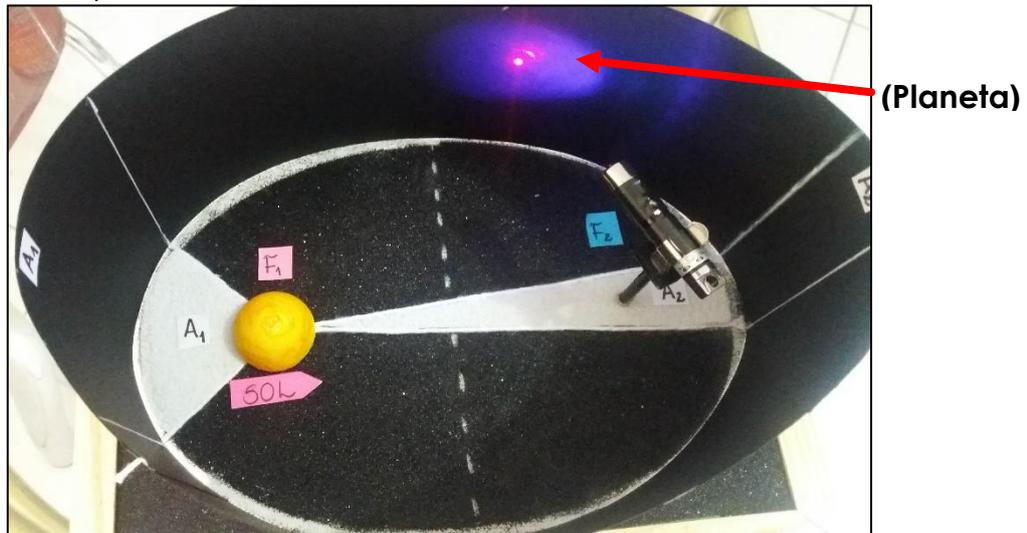
**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

Aplicação do Recurso Didático

A Maquete das Leis de Kepler foi utilizada como uma representação simbólica do campo conceitual abordado. Diante disso, é importante enfatizar que, para Vergnaud as representações simbólicas fazem parte do processo de cognição da conceitualização passada aos alunos. As representações simbólicas na Teoria dos Campos Conceituais estão relacionadas juntamente com as situações que os estudantes devem resolver sobre algum problema estudado e os invariantes operatórios, formando a tríade necessária para a conceitualização. Diante disso, abaixo veremos o processo de aplicação do recurso:

- I. Para a representação da 1ª Lei – Lei das Órbitas, de acordo com a Figura 14, o recurso utilizou-se de um laser que descreve o movimento de um planeta em torno de uma órbita elíptica com relação ao Sol, o mesmo está posicionado sobre um dos focos da elipse.

**Figura 14** – Demonstração do laser representando o planeta na órbita elíptica.



**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

- II. Para a 2ª Lei – Lei das Áreas, foi representado por áreas em alto relevo com E.V.A, que representam as áreas varridas pelos planetas para simular a definição da lei quanto “A Linha que vai do Sol até qualquer planeta varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais”. Também foi representada a relação da velocidade quanto à distância do planeta ao Sol, usando o laser (que é o planeta), em que, quando o planeta estiver próximo terá uma maior velocidade (Periélio), e distante menor velocidade (Afélio), veja a Figura 15 abaixo.

**Figura 15** – Demonstração do laser representando o periélio e o afélio.



**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

### 4.3. Os Mapas Conceituais

A técnica de análise dos mapas conceituais foi proposta por Novak (1997), e para a abordagem da TCC constitui em uma estratégia facilitadora da conceitualização, pois, pode ser usada para ilustrar a estrutura conceitual de um conhecimento. A utilização dessa técnica é questionada por Freitas (2007) em um dos seus trabalhos que aponta tal recurso como uma ferramenta facilitadora do processo de ensino aprendizagem.

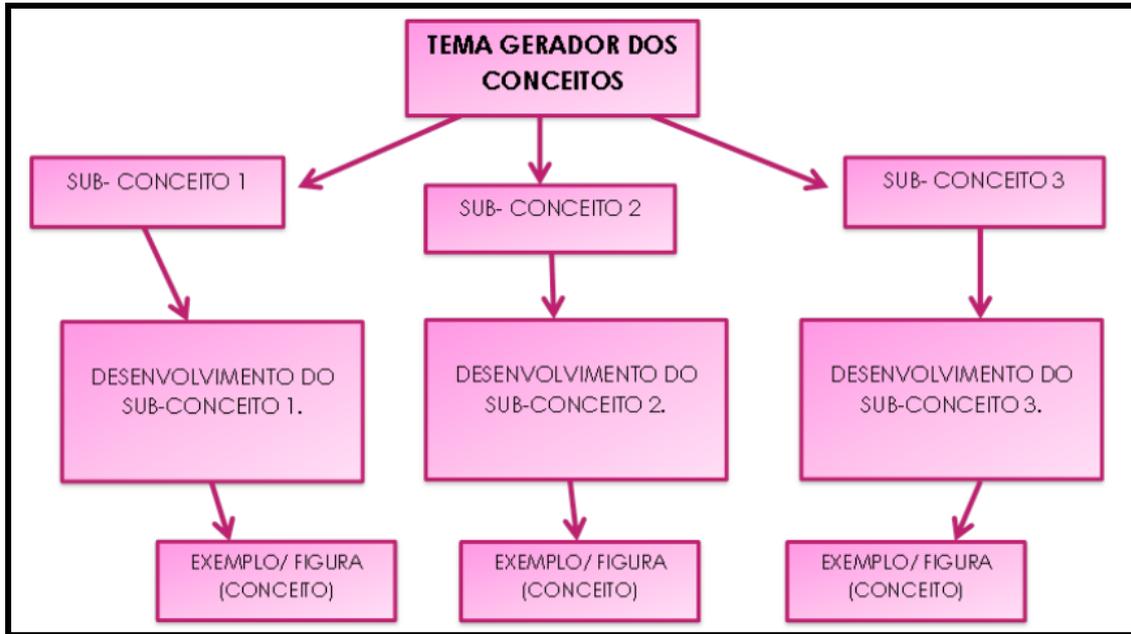
A utilização dos mapas conceituais, tem se apresentado como uma ferramenta de ação pedagógica bastante útil para o ensino de diversos temas, possibilitando que um conjunto de conceitos seja apresentado aos alunos, a partir do estabelecimento de relações entre eles (2007, p. 87).

Contudo, segundo Moreira (1992, p. 02), esses mapas conceituais “podem ser interpretados como diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de uma disciplina ou de parte dela”, ou seja, a construção de tal recurso se baseia na estrutura de um dado campo conceitual. Diante disso, a estratégia metodológica de aplicação desta didática obedece aos seguintes tópicos:

- I. Primeiramente apresenta-se aos alunos a técnica de elaboração de um mapa conceitual reforçando principalmente a compreensão de conceitos, palavras de ligação, hierarquização e síntese;
- II. Em um segundo momento, os discentes se reúnem em dupla com suas fichas (para a elaboração dos mapas), pois, os mapas conceituais devem ser constituídos colaborativamente, a fim de discutirem quais os conceitos que serão incluídos em seus mapas, tal proposta visa alcançar um maior potencial como estratégia facilitadora da aprendizagem significativa da conceitualização.

Apresentamos a seguir um modelo de Mapa conceitual na Figura 16, que foi desenvolvido na atividade, mencionado na página anterior.

**Figura 16** – Modelo de Mapa Conceitual.



**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

Contudo, ao desenvolverem seus mapas, os alunos começam a perceber que os conceitos são elementos importantes na construção do conhecimento humano e, ao mesmo tempo, vão conceitualizando, ou seja, construindo significativamente conceitos essenciais para o seu desenvolvimento cognitivo. Esse desenvolvimento cognitivo está relacionado com a organização dos invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que segundo Greca e Moreira (2003, p.54) “são indispensáveis na articulação entre uma situação que o sujeito enfrenta e o esquema que possui para poder resolvê-la”, ou seja, a construção dos mapas conceituais irá servir como uma das situações impostas para esses discentes desenvolverem competências, para o saber fazer,

constituindo assim a maior parte dos repertórios do conhecimento impostos.

#### 4.4. O Lapbook

O *Lapbook* é um recurso pedagógico que pode ser utilizado para trazer uma contribuição na construção de conceitos e avaliação de possíveis invariantes operatórios, além de também ajudar a minimizar a abstração que, inevitavelmente, está presente nas aulas e avaliações de Física. Logo, o *Lapbook* é um recurso que visa proporcionar aos professores de todos os níveis de ensino a oportunidade de construir um trabalho significativo com o conteúdo trabalhado.

Abaixo veremos outros importantes benefícios dessa técnica de ensino aprendizagem:

- ✓ Ótimo recurso para sintetizar conceitos do que o aluno aprendeu sobre determinado assunto;
- ✓ Permitem a criatividade dos alunos ao criarem seus próprios projetos;
- ✓ Podem ser usados como síntese de várias unidades de estudo;
- ✓ Podem se tornar pastas prontas para futuros estudos.

É importante enfatizar que este material é uma espécie de mapa conceitual em três dimensões, que em formato de pasta, que pode ser confeccionado em diferentes formatos e dimensões, representa a abordagem de um determinado conteúdo. Os procedimentos para a construção desse material didático podem ser vistos no próximo tópico.

##### 4.4.1. Procedimentos para a construção

Para o procedimento dessa última situação, os alunos devem se reunir em dupla e com seus materiais e fichas impressas farão a demonstração

dos conceitos referentes ao campo conceitual das Leis de Kepler. As etapas da aplicação dessa oficina são descritas abaixo:

### 1ª ETAPA – Construindo a Pasta.

Nesta primeira etapa os alunos irão começar a desenvolver a estrutura da pasta, inserindo o tema e se familiarizando com a proposta de trabalho.

Materiais utilizados nesta etapa:

- Papel Canson (ou cartolina);
- Tesoura;
- Régua.

Construir a pasta *LAPBOOK* seguindo os seguintes passos:

- I. Recortar ao meio uma folha de papel Canson;
- II. Dobrar em duas partes centralizando-as formando a pasta que será o *LAPBOOK*, e colar as etiquetas informativas (tema do conceito trabalhado e autores do material) na frente da pasta.

**Figura 17** – Capa do *Lapbook*.



**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

## 2ª ETAPA – Montagem dos *Minibooks* conceituais.

Nesta etapa os alunos irão trabalhar com os conceitos e demonstrações das Leis de Kepler que foi o campo conceitual escolhido para este trabalho.

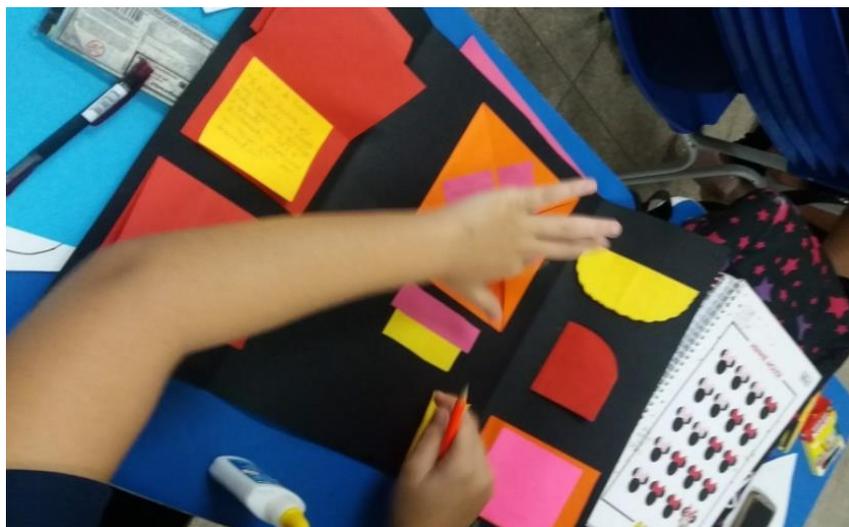
Materiais utilizados nesta etapa:

- Folhas coloridas para a construção dos *minibook's*;
- Tesoura;
- Cola branca;
- Canetas hidrográficas coloridas;
- Giz de cera;
- Lápis e borracha.

Construir os *minibook's* seguindo os seguintes passos:

- I. Desenhar as órbitas de 2 planetas com o compasso e anexar no *Lapbook*.
- II. Construir um *minibook* enunciando a PRIMEIRA LEI DE KEPLER.
- III. Desenhar órbitas de 2 planetas e fazer as áreas
- IV. Colocar o Sol em um dos focos e o planeta escolhido na órbita.
- V. Construir um *minibook* enunciando a SEGUNDA LEI DE KEPLER.
- VI. Desenhar órbitas de 2 planetas (uma dentro da outra), com o compasso, demonstrando a 3ª LEI DE KEPLER. Colocar o Sol em um dos focos, e os dois planetas em suas órbitas. Informar no desenho também o período de translação desses planetas.
- VII. Construir um *minibook* enunciando a TERCEIRA LEI DE KEPLER.

Na figura 18, veremos o processo de construção do *Lapbook* na sala de aula, onde os alunos desenvolveram de forma significativa e dinâmica enriquecendo assim o conteúdo abordado.

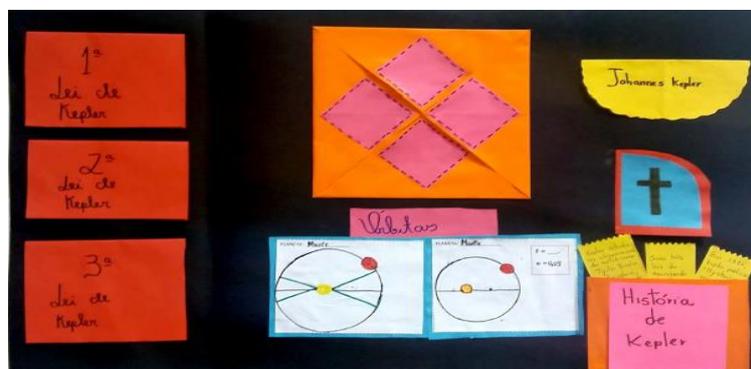
**Figura 18** – Alunos desenvolvendo o *Lapbook*

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

### 3ª ETAPA – Montagem do LAPBOOK.

Nesta etapa os alunos irão colocar todas as informações coletadas dentro da pasta.

É importante que o professor sempre oriente o aluno nesta etapa, para que ele estruture a organização e sequencia do seu lapbook de uma forma que o mesmo compreenda tais informações, ou seja, que tenha significado. Na Figura 19 veremos um modelo de um *lapbook* produzido pelos alunos na oficina aplicada em sala de aula.

**Figura 19** – Parte interna do *Lapbook*.

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

Além das demonstrações levadas para os discentes desenvolverem em sala de aula, os mesmos podem ficar livres para acrescentarem outras informações que considerarem importantes em seu material. Por fim, os alunos devem fazer uma apresentação de todo o processo de construção de seu material, a fim de concretizar o seu processo de aprendizagem, em que de acordo com a TCC, tal material se apresenta como uma importante demonstração do triplete dessa teoria, que são: 1 - o Conjunto de Situações que está relacionada com a aplicação da oficina em que os alunos desenvolvem as atividades para a construção dos *minibook's*; 2 – as Representações Simbólicas que se faz presente no próprio conjunto que é o *lapbook* e os *minibook's* que apresentam a explanação do campo conceitual trabalhado; 3 – os Invariantes Operatórios presentes nos *minibooks* que são diretamente relacionados a própria demonstração dos conceitos trabalhados pelos alunos. Ou seja, é possível perceber que depois de dadas essas relações, o *lapbook* se torna uma ferramenta importantíssima no processo de apreensão dos conceitos trabalhados em sala de aula, pois, leva o aluno a desenvolver seus conhecimentos explícitos para, por fim, saber relacionar o seu saber dizer com o saber fazer, que é a máxima do processo da conceitualização. A seguir, um esquema do processo de montagem de cada etapa do *Lapbook*, na Figura 20 abaixo:

**Figura 20** – Esquemas da montagem das etapas do LAPBOOK.



**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

Aqui temos uma retrospectiva do que foi desenvolvido no passo-a-passo das oficinas do Lapbook, dessa forma pode-se acompanhar o progresso do trabalho elaborado. Apresentaremos em seguida, uma sugestão de método avaliativo, com critérios formulados para analisar o desenvolvimento das atividades de cada dupla.

## 5. Avaliação

A avaliação é uma atividade qualitativa, investigativa, facilitadora da mudança educativa e também do processo de desenvolvimento do docente. E como a mesma tem por objetivo o conhecimento do aluno, deve-se desenvolver capacidades de lidar com situações que impõem argumentar, sintetizar, planejar e organizar situações de conhecimento.

Ainda hoje, é necessário refletir sobre o modo de avaliar atividades em que o discente participa de forma mais ativa do processo de aprendizagem. Com isso, na avaliação das atividades desenvolvidas neste produto, levou-se muito mais em conta o “bom senso crítico” do aluno, com critérios mais detalhados e relevantes para ser discutido e trabalhado.

### 5.1. Critérios para análise da Avaliação do *Lapbook*

Foram desenvolvidos alguns critérios qualitativos e quantitativos que serviram de base para análise da prática do *Lapbook*, como mostra a Tabela 2 abaixo. Ambos foram agrupados em uma tabela por nível, do mais simples ao mais complexo. Essa tabela serviu de auxílio para analisar de forma criteriosa e objetiva os trabalhos dos alunos. Veja a seguir:

Tabela 2: Critérios para a análise do Lapbook

Nível	01	02	03	04	05
<b>Desempenho (D)</b>	O trabalho apresentado não possui criatividade, organização, qualidade e dinamicidade, mostrando ser inadequado e irrelevante.	Desenvolve limitadamente a criatividade, organização, qualidade e dinamicidade, não apresentando uma descrição do processo de forma clara e objetiva.	Apresenta algumas organizações, porém ainda possuindo algumas dificuldades na qualidade e dinamicidade do trabalho.	Desenvolve com qualidade e criatividade; usa representações nas organizações corretamente, mas, nem sempre adequadas, afetando assim a dinamicidade.	Apresenta dinamicidade, criatividade, organização e qualidade, ou seja, utiliza-se de representações adequadas; desenvolve completamente a tarefa.
<b>Produção do trabalho (P)</b>	Desenvolve as ideias de forma ineficaz; às vezes as ilustrações não representam satisfatoriamente a situação.	Não apresenta elementos importantes; o processo de busca por conceitos e demonstrações é incompleto e difícil de identificar.	Desenvolve alguns elementos importantes na execução das atividades e demonstrações, mostrando poucas relações entre elas. Tornando-as assim pouco sistematizadas.	Todos os elementos necessários para a construção do trabalho foram utilizados satisfatoriamente; contendo informações pertinentes, porém, com pequenas imperfeições.	Produz um trabalho cumprindo todas as etapas com êxito, demonstrando a capacidade de construir e desenvolver de forma organizada e sistemática.
<b>Aprendizagem (A)</b>	Mostra não compreender os conceitos e princípios da situação abordada. Não apresentando satisfatoriamente invariantes operatórios e representações simbólicas nos contextos abordados, estando assim, em um nível taxonômico <b>Pré-estrutural</b> .	Apresenta elementos satisfatórios, mas omite partes significativas dos conceitos abordados referentes aos invariantes operatórios e representações-simbólicas (como fórmulas e figuras), ou seja, a descrição do processo não é clara, estando em um nível taxonômico <b>Uniestrutural</b> .	Apresenta conceitos satisfatórios, mas a descrição é pouco clara, os argumentos estão incompletos ou baseados em premissas pouco relevantes ou inconsistentes, estando assim em um nível taxonômico <b>Multiestrutural</b> .	Apresenta conceitos científicos corretos e explicações adequadas; comunica de forma eficaz; apresenta argumentos com invariantes operatórios e representações simbólicas contendo pequenas imperfeições, estando assim no nível taxonômico <b>Relacional</b> .	Apresenta conceitos e demonstrações corretas; informa eficazmente; apresenta argumentos fortes e consistentes elevando assim seu conhecimento de forma aplicável a qualquer contexto, estando assim em um nível taxonômico <b>Abstrato estendido</b> .

Fonte: Dados da Pesquisa, 2019.

De acordo com a análise de avaliação dos *Lapbooks* de cada dupla (alunos), será gerada uma soma total de pontos, seguindo algumas regras que está visível na Tabela 3.

PONTUAÇÃO	CONCEITOS	DEFINIÇÃO
13 – 15	Muito Bom (MB)	Resultados e competências além do esperado.
9 – 12	Bom (B)	Resultados apresentados satisfatórios.
6 – 8	Regular (R)	Resultados parcialmente satisfatórios.
3 – 5	Insuficiente (I)	Resultados de desempenho insuficiente.

**Tabela 3:** PONTUAÇÃO DE DESEMPENHO

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

A pontuação final será a soma das pontuações dos níveis, à qual será atribuído um conceito correspondente, conforme a tabela acima, sendo atribuídas, portanto, pontuações de 03 (três) a 15 (quinze) a cada modalidade de critérios referentes aos níveis. Veja na equação 5.1 abaixo:

$$\sum N = N_D + N_P + N_A$$

$N_D$ : é o nível de desempenho,

$N_P$ : é o nível de produção do trabalho;

$N_A$ : é o nível de aprendizagem.

Foi possível observar nos *lapbooks* desenvolvidos pelas duplas, que a partir deles fez-se uma análise dos níveis de aprendizagem com relação aos critérios que estão apresentados nos quadros acima. Toda a avaliação levou em consideração o tempo aplicado do produto e o primeiro contato dos discentes com essa técnica.

5.1.1. Ficha de acompanhamento de produção do *Lapbook*

Teve-se a necessidade desenvolver também uma ficha avaliativa de acompanhamento das duplas para preencher durante as oficinas aplicadas, onde serviu, para analisar os critérios citados acima de forma mais, prática e detalhada. Observe o modelo do quadro abaixo:

Quadro1: ANÁLISE DE APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

Sobre a dupla: _____, posso afirmar que:					
Níveis	Critérios			Análise	Pontuação / Conceito
	D	P	A		
01					
02					
03					
04					
05					

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2019.

Dessa forma, contribuiu-se para uma discussão mais profunda sobre as perspectivas e os métodos de um ensino detalhado voltado à construção da cidadania e para uma reflexão sobre a avaliação aplicada no contexto educativo.

## REFERÊNCIAS

- AMARANTES, Amanda; OLIVEIRA, Elrismar. **A construção e o uso de sistemas de categorias para avaliar o entendimento dos estudantes**. Belo Horizonte. V.14, n.02, p. 61–79, maio–ago., 2012.
- AURELIO, G. F.; TOSCANO, C. **Física: interação e tecnologia**, volume 1. 2. ed. - - São Paulo: Leya, 2016.
- BIGGS, J.; COLLIS, K. **Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy**. New York: Academic Press, 1982.
- BONJORNO, José Roberto. *et al.* Física: **Mecânica**, 1º ano. – 3. ed. – São Paulo: FTD, 2016.
- CANALLE, João Batista; MATSSURA, Oscar Toshiaki. **Manual de Astronomia**. – Rio de Janeiro: Sinergia, 2012.
- FESTA, Flavio. **Proposta didática para desenvolver o tema supercondutividade no Ensino Médio [recurso eletrônico]**. Instituto de Física – UFRGS, Porto Alegre. 2015.
- FREITAS, J. F. F. **Mapas conceituais: estratégia pedagógica para a construção de conhecimentos na disciplina de química orgânica**. Ciências e Cognição, v.12, p. 86 – 95, 2007.
- GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. **Além da detecção de modelos mentais dos estudantes uma proposta representacional integradora**. Investigações em Ensino de Ciências. Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 31-53, mar. 2002.
- GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. **Do saber fazer ao saber dizer: uma análise do papel da resolução de problemas na aprendizagem conceitual de física**. Revista Ensaio, Belo Horizonte, v.5, n. 1, p. 52-67, mar. 2003. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/epec/v5n1/1983-2117-epec-5-01-00052.pdf>. Acesso em: 10 set. 2018.
- HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.
- MARANHÃO. Governo do Estado. Secretaria de Estado da Educação.
- MARANHÃO. Governo do Estado. Secretaria de Estado da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio: caderno de física /** Coordenação Albelita Lourdes Monteiro Cardoso, Nádyá Christina Guimarães Dutra, Silvana Maria Machado Bastos. — São Luís, 2018.

MODELO HELIOCENTRICO. **Obaricentrodamente**. 2019. Disponível em: <https://www.obaricentrodamente.com/2017/12/o-modelo-geocentrico-de-ptolomeu.html>. Acesso em: 15 jun. 2019.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais no ensino de Física**. Instituto de Física – UFRGS, Porto Alegre, 1992.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Investigações em ensino de ciências**. Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, v. 7, n. 1, mar., 2002.

MOREIRA, M.A. **Teorias de aprendizagem**. 2 ed. ampl. São Paulo: E.P.U. 242p. 2011.

NOVAK, J. **Retorno a clarificar con mapas conceptuales**. Em: Encuentro Internacional sobre el aprendizaje significativo. Burgos: Servivio de Publicaciones de la Universidad de Burgos. 1997.

OBSERVATÓRIO DO PICO DOS DIAS. **Divulgação de Ensino – LNA**. 2019. Disponível em: <https://lnapadrao.lna.br/divulg/conheca/imagens-astronomicas>. Acesso em: 15 jun 2019.

PENTEADO, P. C. M.; TORRES, C. M. A. **Física – ciência e tecnologia: Mecânica**. Editora Moderna, São Paulo, v.1, 2005.

PCN+ENSINO MÉDIO: ORIENTAÇÕES EDUCACIONAIS COMPLEMENTARES AOS PARAMETROS CURRICULARES NACIONAIS. Brasil: Ministério da Educação/ Semtec, 2002.

VERGNAUD, G. **La Théorie des champs conceptuels**. recherches en didactique des mathématiques, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In: NASSER, L. (Ed.). SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 1993, Rio de Janeiro. Anais do Seminário Internacional de Educação Matemática. p. 1-26.

VERGNAUD, G.; **Multiplicative conceptual field: what and why?** In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds) The development of multiplicative reasoning in the leaning of mathematics. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994.

VERGNAUD, G. **The nature of mathematical concepts.** In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.) Learning and teaching mathematics, an international perspective. Hove (East Sussex), Psychology Press Ltd. 1997.