Encontro Nacional ANPOF: textos

FILOSOFIA CONTEMPORÂNEA: LÓGICA, LINGUAGEM E CIÊNCIA

Organizadores

Marcelo Carvalho

Vinicius Figueiredo

ANPOF

Nota preliminar

Estes livros são o resultado de um trabalho conjunto das gestões 2011/12 e 2012/3 da ANPOF e contaram com a colaboração dos Coordenadores dos Programas de Pós-Graduação filiados à ANPOF e dos Coordenadores de GTs da ANPOF, responsáveis pela seleção dos trabalhos. Também colaboraram na preparação do material para publicação os pesquisadores André Penteado e Fernando Lopes de Aquino.

ANPOF – Gestão 2011/12
Vinicius de Figueiredo (UFPR)
Edgar da Rocha Marques (UFRJ)
Telma de Souza Birchal (UFMG)
Bento Prado de Almeida Neto (UFSCAR)
Maria Aparecida de Paiva Montenegro (UFC)
Darlei Dall'Agnol (UFSC)
Daniel Omar Perez (PUC/PR)
Marcelo de Carvalho (UNIFESP)

ANPOF – Gestão 2013/14
Marcelo Carvalho (UNIFESP)
Adriano N. Brito (UNISINOS)
Ethel Rocha (UFRJ)
Gabriel Pancera (UFMG)
Hélder Carvalho (UFPI)
Lia Levy (UFRGS)
Érico Andrade (UFPE)
Delamar V. Dutra (UFSC)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F487
Filosofia contemporânea: lógica, linguagem e ciência / Organização de Marcelo Carvalho, Vinicius Figueiredo. São Paulo : ANPOF, 2013.
711 p.

Bibliografia
ISBN 978-85-88072-12-1

1. Filosofia contemporânea 2. Lógica, linguagem e ciência 3. Filosofia - História I. Carvalho, Marcelo II. Figueiredo, Vinicius III. Encontro Nacional ANPOF

CDD 100

GT – Lógica

Considerações sobre lógicas epistêmicas de primeira ordem para sistemas multiagentes

Marcio Kléos Freire Pereira*

* (Doutorando em Filosofia - UFSC)

marcio_kleos@yahoo.com.br

Resumo

Lógicas epistêmicas de primeira ordem para sistemas multiagentes usualmente modelam de um ponto de vista externo raciocínios acerca do conhecimento em um grupo de agentes epistêmicos, ampliando consideravelmente a expressividade permitida pelas lógicas epistêmicas proposicionais. Sua combinação com operadores temporais enriquece ainda mais essa expressividade, ao indicar a evolução do conhecimento dos agentes ao longo do tempo e ao formalizar informações desses agentes sobre fatos temporais. Um tratamento do assunto, incluindo demonstrações de correção e completude, já foi empreendido (BELARDINELLI; LOMUSCIO, 2008), considerando em um primeiro momento modelos com domínio fixo (ou seja, o domínio de quantificação é o mesmo para todos os agentes epistêmicos). Naquele contexto formal, a adoção de um domínio comum garante propriedades interessantes como a *Fórmula de Barcan* e sua conversa na interação entre as perspectivas *de re* e *de dicto* envolvendo as quatro modalidades primitivas da linguagem utilizada. Exploraremos algumas características de lógicas epistêmicas temporais quantificadas para sistemas multiagentes que admitam modelos com domínio variável (ou seja, modelos cujo domínio de objetos não seja necessariamente o mesmo para cada agente epistêmico, nem o mesmo ao longo do tempo). A intenção é oferecer um tratamento formal (sintático) para as mudanças de estado epistêmico em agentes que podem não estar levando em conta o mesmo domínio de indivíduos em seus raciocínios, bem como apresentar uma semântica apropriada para esse tratamento.

Palavras-chave: lógicas modais de primeira ordem, lógicas epistêmicas, lógicas temporais, sistemas multiagentes, domínios variáveis.

1. Introdução

Como se sabe, a investigação acerca dos sistemas de lógica modal produziu, ao longo das últimas décadas, uma bibliografia extremamente vasta e diversificada. Entre as lógicas modais, uma classe de sistemas tem se prestado ao modelamento de raciocínios acerca do conhecimento em agentes — ou grupo de agentes — racionais; daí sua classificação abrangente como "lógicas epistêmicas".

Em 1962, o trabalho seminal *Knowledge and Belief* (HINTIKKA, 2005) inaugurou o estudo sobre a formalização de diferentes concepções e propriedades da noção de conhecimento, promovendo toda uma tradição investigativa que passaria a incluir também a combinação das modalidades epistêmicas com modalidades aléticas e temporais. Entre as contribuições mais notórias na tradição das lógicas epistêmicas, encontram-se provavelmente *Reasoning about Knowledge* (FAGIN et al.,1995) e *Epistemic Logic for AI and Computer Science* (MEYER; HOEK, 1995), desenvolvendo poderosas estratégias para o tratamento de sistemas multiagentes. Contudo, a atenção dos autores é quase totalmente dedicada ao tratamento das atitudes epistêmicas somente ao nível proposicional.

Isso se deve a múltiplas razões. Uma quantidade considerável de sistemas multiagentes (ou seja, situações reais ou abstratas que incluem diversos agentes epistêmicos, juntamente com os conjuntos de informações a que os diferentes agentes ou grupos de agentes têm acesso) podem ser satisfatoriamente formalizados numa linguagem modal proposicional; além disso, os sistemas modais proposicionais empregados exibem propriedades bastante desejáveis como decidibilidade e completude. Por outro lado, as lógicas modais de primeira ordem são expressivas o bastante para capturar toda a capacidade expressiva das respectivas lógicas proposicionais que lhes servem de base, e expandem infinitamente essa capacidade ao permitirem o tratamento lógico das propriedades e relações envolvendo indivíduos (ou grupos de indivíduos) em um domínio de interpretação. Some-se a isso o refinamento expressivo que consiste em distinguir entre atribuições de modalidades *de re* e *de dicto*. Sua combinação com operadores temporais enriquece ainda mais sua expressividade, ao permitir o tratamento lógico da mudança de estado epistêmico (conjunto de informações) dos agentes ao longo do tempo, bem como das informações desses agentes sobre fatos temporais.

Um tratamento do assunto, incluindo demonstrações de correção e completude para um sistema epistêmico temporal de primeira ordem, já foi empreendido (BELARDINELLI; LOMUSCIO, 2008), considerando em um primeiro momento modelos com domínio fixo — ou seja, o domínio de quantificação é o mesmo para todos os agentes epistêmicos e para todos os diferentes estados globais.

Nesta exposição, serão exploradas algumas características de lógicas epistêmicas temporais quantificadas para sistemas multiagentes que admitam modelos com domínio variável. Os domínios desses modelos variam em dois sentidos distintos e simultâneos: modelos cujo domínio de objetos não seja necessariamente o mesmo em cada momento ou para cada agente epistêmico. A intenção é oferecer um tratamento formal (sintático) para as mudanças de estado epistêmico em agentes que podem não estar levando em conta o mesmo domínio de indivíduos em seus raciocínios, e que, além disso, estejam sujeitos a variações na quantidade de elementos em cada momento considerado, bem como apresentar uma semântica apropriada para esse tratamento. Naturalmente, como nas lógicas modais de primeira ordem com domínio variável, nem sempre valem a *Fórmula de Barcan* ou sua conversa, a depender de como se comportam os domínios dos estados epistêmicos ligados pela relação de acessibilidade. Algumas fórmulas envolvendo a relação de igualdade entre termos, usualmente válidas em sistemas modais com domínio fixo, também serão analisadas.

É importante enfatizar que esta exposição contém resultados parciais de uma pesquisa em curso, dentro de um projeto mais geral voltado para o estudo da combinação de lógicas epistêmicas de primeira ordem com lógicas temporais. Sugestões e críticas são bem-vindas.

2. Uma lógica de primeira ordem para o cálculo epistêmico-temporal

No que se segue, será pressuposto um conjunto finito não-vazio $A = \{ i_1, \ldots, i_n \}$ com n agentes epistêmicos (para $n \in N$).

2.1 *Sintaxe*

A linguagem multimodal de primeira ordem contém as seguintes listas de símbolos:

$t :: \mathbf{z} \mid f^k(\bar{t}$

(i) variáveis individuais globais $x_1, x_2, \ldots$;

(ii) variáveis individuais locais $y_1, y_2, \ldots$;

(Por simplicidade de notação, quando desejável, será usada a notação $z_1, z_2, \ldots$; para listar variáveis individuais, independentemente de serem globais ou locais)

(iii) funções n-árias $f_n^1, f_n^2, \ldots$;

(iv) predicados n-ários $P_n^1, P_n^2, \ldots$;

(v) o predicado de identidade = ;

(vi) o predicado Adm_i (para $i \in$ A);

(vii) conectivos proposicionais clássicos $\sim$ e $\rightarrow$;

(viii) quantificador universal $\forall$;

(ix) operadores modais epistêmicos (para $\iota \in$ A) e D_G (para $G \subseteq$ A);

(x) operadores modais temporais fortes $[F]$ (“será sempre o caso que”) e $[P]$ (“foi sempre o caso que”).

Por economia de notação, será omitido o índice indicando a aridade tanto de funções como de predicados, a qual pode facilmente ser apreendida no contexto de aplicação, bem como serão omitidos os índices para distinguir entre variáveis, entre funções ou entre predicados, sempre que se estiver lidando com a mesma variável, ou função, ou predicado — por exemplo, a expressão: $\forall x\ P(x) \rightarrow P(f(x))$ permite abreviar, se desejado, $\forall x_{-1}\ P_1^1(x_1) \rightarrow P_1^1(f_1^1(x_1))$..

Definição 2.1 [Termos e fórmulas] *Seguindo o padrão Backus-Naur, os termos e fórmulas de L_n* são definidos pelas seguintes cláusulas:

$t ::z \mid f^k((t)^{\rightarrow})$

$\varphi ::P^k((t)^{\rightarrow}) \mid [\![Adm]\!]_i(t) \mid t=t' \mid {\sim}\varphi \mid \varphi \rightarrow \psi \mid K_i\varphi \mid D_G\varphi \mid [F]\varphi \mid [P]\varphi \mid \forall z\varphi$

Uma vez estabelecida a sintaxe apropriada para termos e fórmulas de L_n, os demais operadores, quantificadores, etc. são definidos como de praxe: $\perp$, $\wedge$, $\vee$, $\leftrightarrow$, $\exists$, $\langle F\rangle$ (“será alguma vez o caso que”), $[P]$ (“foi alguma vez o caso que”). As definições de ocorrências livres ou ligadas (de variáveis) também seguem o padrão usual. Funções 0-árias são tratadas como constantes individuais (locais); portanto, designarão o mesmo indivíduo em cada estado global, distinguindo-se, como se verá mais à frente, dos demais termos funcionais, que poderão designar indivíduos distintos para argumentos distintos. Variáveis individuais locais somente poderão ser substituídas por termos locais, e variáveis individuais globais por termos globais.

Se desejado, também se pode incluir via definição as expressões $[F]^+\varphi$ (“de agora em diante será sempre o caso que φ”) e $[P]^+\varphi$ (“até agora tem sido sempre o caso que φ”) como abreviando, respectivamente $\varphi \wedge [F]$ e $\varphi \wedge [P]$. Por definição, considere-se também as seguintes expressões com quantificadores restritos e $\forall_i z\varphi$ e $\exists_i z\varphi$ como abreviando, respectivamente, as expressões $\forall z(Adm_i(z) \rightarrow \varphi)$ e $\exists z(Adm_i(z) \wedge \varphi)$. Intuitivamente, como se poderá ver mais adiante, o predicado seleciona os indivíduos admissíveis para o agente *i* em cada estado global *s* e os quantificadores indexados por agente têm seus domínios de quantificação restritos ao domínio disponível para o agente em questão.

Enfim, nas expressões $t[\vec{z}]$ e $\varphi[\vec{z}]$, $\vec{z} = z_1, \ldots, z_n$ são todas as variáveis individuais que ocorrem livres em t e φ, e , respectivamente. Desse modo, $t[\vec{z}/\vec{t}]$ e $\varphi[\vec{z}/\vec{t}]$ e referem-se, respectivamente, ao termo e à fórmula que resultam da substituição simultânea de algumas — ou todas — as ocorrências livres de $\vec{z}$ por $\vec{t} = t_1, \ldots, t_n$, renomeando-se, caso necessário, as variáveis de cada t_j em $\vec{t}$ em que se tornariam ligadas após essa substituição.

2.2 Sistemas Interpretados Quantificados

Para cada agente $i \in A$ em um sistema multiagente (SMA), seja $L_i = \{l_i, l'_i, \ldots\}$ o conjunto dos estados (epistêmicos) locais de *i* (intuitivamente, cada estado epistêmico local de um agente consiste na descrição exaustiva de todas as informações disponíveis para aquele agente epistêmico em um momento — pelo menos todas as relevantes para o modelamento do SMA em questão) e $Act_i = \{\alpha_i, \alpha'_i, \ldots\}$ o conjunto das ações individuais de *i*. Considere-se também $L_a = \{l_a, l'_a, \ldots\}$ e $Act_a = \{\alpha_a, \alpha'_a, \ldots\}$ denotando, respectivamente, os estados e ações do ambiente (intuitivamente, cada l_a representa todas as demais informações relevantes, em um dado momento, independentemente de serem ou não de conhecimento de algum agente, e cada α_α representa as ações ou "interferências" do ambiente).

Sendo assim, o conjunto *S* dos estados globais possíveis do SMA é definido como $S \subseteq L_a \times L_1 \times \ldots \times L_n$ e o conjunto das ações conjuntas possíveis do SMA é definido como $Act \subseteq Act_a \times Act_1 \times \ldots \times Act_n$.. Observe-se que se tratam de estados globais possíveis e ações conjuntas possíveis, que podem nunca vir a ser o caso (os estados) ou realizadas (as ações). Trata-se tão somente de um artifício matemático para se construir o modelo desejado.

Defina-se a função de transição $\tau : Act \longrightarrow (S \longrightarrow S)$; ou seja, $\tau(\alpha)(s) = s'$. Essa função τ define, por assim dizer, as "evoluções admissíveis" do SMA. Além disso, considere-se $s \prec s'$ (leia-se "*s´* é alcançável em um passo a partir de *s*") sse, para algum $\alpha \in Act$, $\tau(\alpha)(s) = s'$. E seja também $s \prec^+ s'$ o fecho transitivo de $\prec$ (ou seja $s \prec s'$ e $s' \prec s''$, então $s \prec s''$)..

Para descrever as evoluções do SMA ao longo do tempo, pressuponha-se T $\mathcal{T} = \langle T, < \rangle$ como sendo uma ordem parcial estrita e fracamente conectada. Assim, *T* é um conjunto não-vazio (intuitivamente, de instantes no tempo) ordenados pela relação de precedência < , caracterizada pelas seguintes propriedades (para $m, m', m'' \in T$):

(i) $m \nless m$ (irreflexividade)

(ii) $(m < m' \land m' < m'') \rightarrow (m < m'')$ (transitividade)

(iii) $(m < m' \land m < m'') \rightarrow (m' < m'' \lor m'' < m' \lor m' = m'')$ (conectividade fraca para momentos posteriores)

(iv) (conectividade fraca para momentos precedentes)

A maneira como o conjunto *T* está sendo definida é flexível o suficiente para que, dependendo do tipo de lógica temporal a ser considerada (discreta, contínua, densa, com ponto inicial, etc.), se escolha seus elementos, por exemplo, em conjuntos bem estabelecidos como $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$, etc. Uma escolha razoável nesta exposição pode ser o conjunto dos números inteiros. A relação de precedência < foi descrita de maneira minimal acima, podendo ser incrementada de acordo com as propriedades temporais desejadas (tempo ramificado, denso, com início, etc.). Como de praxe, defina-se $m' > m$ como $m < m'$, e $m \leq m'$ como $m < m' \vee m = m'$.

Um percurso *r* (“*run*”) sobre $\langle S, Act, \tau, \mathcal{T} \rangle$ é uma função $r : T \longrightarrow S$ tal que implica $m < m'$ implica $r(m) \prec^{+} r(m')$ — ou seja, se m’ é um momento posterior a *m*, então, o estado global s’ que corresponde a esse momento m’ de acordo com o percurso *r* é alcançável em um ou mais passos a partir do estado global *s* associado por *r* ao momento *m*. Como já foi explicado acima, é a função τ que define, para cada ação conjunta realizada por todos os agentes (lembrando que o próprio ambiente conta também como um dos agentes) em um estado global específico *s* — que agora pode-se também reconhecer por , qual o estado global s’ (ou) resultante dessa ação — uma descrição completa do novo estado epistêmico de cada agente no SMA (inclusive o estado do ambiente). Intuitivamente, cada percurso *r* descreve uma evolução possível do SMA ao longo do fluxo temporal *T*.

Definição 2.2 [Sistema de Estados Globais Variáveis] *Seja um sistema multiagente qualquer, provido com um conjunto A de agentes epistêmicos, e sejam* S, Act, τ *e* $\mathcal{T}$ *conforme descritos acima. Um sistema de estados globais variáveis (SEGV) sobre* $\langle S, Act, \tau, \mathcal{T} \rangle$ *consiste em uma 7-upla* $\mathcal{P} = \langle R, D, \{D_s\}_{s \in S}, \{D_{i,s}\}_{i \in A, s \in S}, F, F_s, \{F_{i,s}\}_{i \in A, s \in S} \rangle$*, tal que:*

(i) *R é um conjunto não-vazio de percursos sobre* $\langle S, Act, \tau, \mathcal{T} \rangle$*;*

(ii) *D é um conjunto não-vazio de indivíduos;*

(iii) D_s *e* $D_{i,s}$ *são conjuntos (possivelmente vazios) de indivíduos;*

(iv) *F é um conjunto não-vazio de funções de S em D;*

(v) F_s *e* $F_{i,s}$ *são subconjuntos (possivelmente vazios) de F;*

(vi) *para* $i \in A$, $s \in S$, $r \in R$, $m \in T$, *sejam:* $D_s \subseteq D$, $D_{i,s} \subseteq D_s$, $F_s \subseteq F$, $F_{i,s} \subseteq F_s$.

A classe de todos os SEGV será denotada por $\mathcal{SEGV}$.

Seguindo a notação usual (FAGIN *et al.*, 1995), denomine-se o par (*r. m*) um ponto $\mathcal{P}$ em — ou seja, o ponto (*r. m*) determina o estado global *s* em um momento *m* de uma linha temporal (percurso) *r*. Por definição, se *r (m)* denota o estado global no ponto $s = \langle l_a, l_1, \ldots, l_n \rangle$, então $r_a(m) = l_a$ e $r_i(m) = l_i$ e denotarão os estados locais do ambiente e de cada *i*, respectivamente, no ponto (*r, m*).

Definição 2.3 [Sistema Interpretado Quantificado] *Seja um sistema de estados globais variáveis qualquer* $\mathcal{P}$. *Um sistema interpretado quantificado (SIQ) é um par* $\mathcal{Q} = \langle \mathcal{P}, I \rangle$ *tal que, para* $s \in S$, $r \in R$, $m \in T$, $r(m) = s$*:*

- $I(f^0, r, m) \in F_s$,
- $I(f^k, r, m) \in F_s^{k+1}$,
- $I(P^k, r, m) \in D^k$,
- $I(=, r, m)$ *é a relação de igualdade entre elementos de* D_s.

A classe de todos os SIQ será denotada por $\mathcal{SIQ}$*.*.

Observe-se que as funções individuais da linguagem não designam rigidamente, podendo variar sua denotação dependendo do percurso e momento considerados — daí o motivo da interpretação *I* levar em conta três argumentos (a função, o percurso, o momento). De acordo com *I*, uma função 1-ária da linguagem, por exemplo, ao tomar outro termo como argumento, denota, para uma função em *F* e o ponto (*r. m*), uma outra função de *F*; e assim por diante. O caso limite são as funções 0-árias, que correspondem a constantes locais, por ser uma função que associa um elemento de *D* ao ponto (*r. m*). Caso desejado, pode-se definir uma ou mais funções 0-árias como funções constantes, que corresponderiam a constantes globais, designando rigidamente ao longo de todos os estados globais do *SIQ*, não importando se o indivíduo denotado pertence ou não ao domínio de cada estado global específico.

Em outras palavras, *I* pode fazer uma expressão funcional designar, de maneira engenhosa, uma intensão (cuja extensão será algum indivíduo em *D*) em um ponto (*r. m*), ou seja num momento específico em um percurso temporal específico (ou uma "história", por assim dizer). Um raciocínio similar fez com que se considerasse também como expressões intensionais as variáveis individuais locais, como se verá adiante.

Acrescente-se ainda a condição (opcional) $A \subseteq D$, estabelecendo assim que os agentes epistêmicos podem raciocinar acerca uns dos outros, concedido que aqueles agentes sobre os quais um agente *i* raciocina pertençam ao seu próprio domínio $D_{i,s}$. A possibilidade de que cada $D_{i,s}$ seja vazio pode ser modificada, caso desejado, para refletir a intuição de que cada agente está ciente, no mínimo, de sua própria existência, não importando o estado global *s* em questão.

Agora, pode-se definir as condições de satisfabilidade para as fórmulas de em um sistema interpretado quantificado.

Definição 2.4 [Denotação de um termo em um *SIQ*]. *Seja* σ *uma atribuição de elementos de para a lista de variáveis individuais globais* $x_1, x_2, \ldots$ *e de elementos de F para a lista de variáveis individuais locais* $y_1, y_2, \ldots$*. Assim:*

(i) $I^\sigma(x, r, m) = \sigma(x)$,

(ii) $I^\sigma(y, r, m) = \sigma(y)(r, m)$,

(iii) $I^\sigma(f^k(t_1, \ldots, t_k), r, m) = I(f^k)(I^\sigma(t_1, r, m), \ldots, I^\sigma(t_k, r, m))(r, m)$.

Como de praxe em teorias de primeira ordem, uma variante- z de σ é uma atribuição de elementos de D (ou F, conforme o caso) idêntica a σ, exceto no máximo pelo elemento atribuído a z. Será usada a notação $\sigma\binom{z}{b}$ para a atribuição que coincide com em todos os lugares, exceto no máximo para a variável z, que será associada ao elemento b (onde $b \in D$) ou a uma função g (onde $g \in F$),)conforme o caso (ou seja, dependendo de z ser uma variável global x ou uma variável local y).

Definição 2.5 [Satisfatibilidade de fórmulas em um *SIQ*] *Seja uma atribuição* σ *e um ponto (r. m) em* Q *. Assim:*

(i) $(Q^\sigma, r, m) \models P^k(\vec{t})$ *sse* $\langle I^\sigma(t_1, r, m), \ldots, I^\sigma(t_k, r, m)\rangle \in I(P^k, r, m)$;

(ii) $(Q^\sigma, r, m) \models Adm_i(t)$ *sse para* $r(m) = s$, $I^\sigma(t, r, m) \in D_{i,s} \cup F_{i,s}$;

(iii) $(Q^\sigma, r, m) \models t = t'$ *sse* $I^\sigma(t, r, m) = I^\sigma(t', r, m)$;

(iv) $(Q^\sigma, r, m) \models \neg\psi$ *sse* $(Q^\sigma, r, m) \not\models \psi$;

(v) $(Q^\sigma, r, m) \models \psi \to \theta$ *sse* $(Q^\sigma, r, m) \not\models \psi$ *ou* $(Q^\sigma, r, m) \models \theta$;

(vi) $(Q^\sigma, r, m) \models K_i\psi$ *sse* $r_i(m) = r'_i(m') \Rightarrow (Q^\sigma, r', m') \models \psi$;

(vii) $(Q^\sigma, r, m) \models D_G\psi$ *sse, para todo* $i \in G$, $r_i(m) = r'_i(m') \Rightarrow (Q^\sigma, r', m') \models \psi$;

(viii) $(Q^\sigma, r, m) \models [F]\psi$ *sse* $m < m' \Rightarrow (Q^\sigma, r, m') \models \psi$;

(ix) $(Q^\sigma, r, m) \models [P]\psi$ *sse* $m > m' \Rightarrow (Q^\sigma, r, m') \models \psi$;

(x) $(Q^\sigma, r, m) \models \forall x\, \psi$ *sse, para* $r(m) = s$ *e para todo* $b \in D_s$, $(Q^{\sigma\binom{x}{b}}, r, m) \models \psi$;

(xi) $(Q^\sigma, r, m) \models \forall y\, \psi$ *sse, para* $r(m) = s$ *e para toda* $g \in F_s$, $(Q^{\sigma\binom{y}{g}}, r, m) \models \psi$.

Como é usual, as definições de satisfatibilidade para as demais fórmulas seguem facilmente a partir destas. Por exemplo:

$(Q^\sigma, r, m) \models [F]^+\psi$ sse $m \leq m' \Rightarrow (Q^\sigma, r, m') \models \psi$;

$(Q^\sigma, r, m) \models [P]^+\psi$ sse $m \geq m' \Rightarrow (Q^\sigma, r, m') \models \psi$.

Em especial, as seguintes cláusulas de satisfatibilidade podem ser obtidas facilmente e se revelarão muito úteis em demonstrações:

$(Q^{\sigma}, r, m) \models \forall_i x\, \psi$ sse, para $r(m) = s$ e todo $b \in D_{i,s}$, $(Q^{\sigma\binom{x}{b}}, r, m) \models \psi$.

$(Q^{\sigma}, r, m) \models \forall_i y\, \psi$ sse, para $r(m) = s$ e toda $g \in F_{i,s}$, $(Q^{\sigma\binom{y}{g}}, r, m) \models \psi$;

Com base nas definições acima, uma fórmula φ (onde $\varphi \in \mathcal{L}_n$) será denominada verdadeira em um ponto sse φ for satisfeita em (r, m) para toda atribuição φ. Além disso, φ será válida em um *SIQ* sse φ for verdadeira em todo ponto de Q.. E, finalmente, φ será válida em uma classe C de *SIQs* sse φ for válida em todo $SIQ \in C$..

Observe-se que os domínios de interpretação para termos locais (variáveis individuais) é indexado por agente epistêmico e por estado global. Aqui se tem, portanto, a possibilidade de que indivíduos apareçam ou desapareçam de um estado global para outro. Considera-se, em outras palavras, domínios que variam ao longo do tempo, além de variar naqueles elementos de cuja existência cada agente epistêmico pode ou não estar ciente. Essa flexibilidade dos termos também é evidente na interpretação do predicado Adm_i, que se comporta de modo intensional. Essa estratégia de interpretação combina a perspectiva de um observador externo ao sistema (para o qual todos os indivíduos do domínio estão continuamente dados) e da perspectiva interna de cada agente epistêmico.

2.3 Algumas (in)validades

Dadas as definições acima, vale a pena examinar a validade de algumas fórmulas de $\mathcal{L}_n$. Por exemplo, as diversas variações da *Fórmula de Barcan* (BF) e de sua conversa (CBF) têm motivado muita discussão, tanto formal quanto filosófica, no que diz respeito às lógicas modais de primeira ordem. Alguns resultados muito importantes a partir das estruturas descritas até aqui, são, por exemplo, as seguintes invalidades, relativamente fáceis de ser mostradas:

$\mathcal{SIQ} \not\models \forall z K_i\varphi \rightarrow K_i\forall z\varphi$ (BF); $\quad \mathcal{SIQ} \not\models K_i\forall z\varphi \rightarrow \forall z K_i\varphi$ (CBF);

$\mathcal{SIQ} \not\models \forall z D_G\varphi \rightarrow D_G\forall z\varphi$ (BF); $\quad \mathcal{SIQ} \not\models D_G\forall z\varphi \rightarrow \forall z D_G\varphi$ (CBF);

$\mathcal{SIQ} \not\models \forall z[F]\varphi \rightarrow [F]\forall z\varphi$ (BF); $\quad \mathcal{SIQ} \not\models [F]\forall z\varphi \rightarrow \forall z[F]\varphi$ (CBF);

$\mathcal{SIQ} \not\models \forall z[P]\varphi \rightarrow [P]\forall z\varphi$ (BF); $\quad \mathcal{SIQ} \not\models [P]\forall z\varphi \rightarrow \forall z[P]\varphi$ (CBF).

Seria natural se pensar que o problema com as fórmulas acima tem a ver com a possibilidade da quantificação envolver uma variável local y (no lugar de z), que pode denotar algum indivíduo fora do domínio epistêmico do agente i; o que não é o caso, pois as versões acima também são inválidas para o caso de z ser tomada como uma variável global x em cada caso. Infelizmente, a reformulação daquelas teses, empregando-se quantificadores restritos indexados por agente epistêmico, como definidos na seção anterior, igualmente não soluciona o problema.

A razão para estas versões de BF e CBF continuarem inválidas se deve não apenas ao fato dos domínios epistêmicos poderem variar de agente para agente, mas também ao fato dos domínios poderem variar de estado global para estado global, dependendo — obviamente — do modelo fornecido. Todas essas possibilidades de variações, assim combinadas, embora compliquem muito a descrição do *SIQ* apropriado e admitam as invalidades acima listadas, têm a vantagem de modelar com mais sofisticação sistemas multiagentes nos quais aquelas características sejam relevantes. Naturalmente, tais sistemas se aproximam mais, inclusive, do modelamento de sistemas multiagentes com seres humanos funcionando como agentes epistêmicos fazendo raciocínios sobre fatos ao longo do tempo.

Nesse caso, será que algumas versões, mesmo "enfraquecidas", de BF e CBF seriam válidas em *SIQ*? Com as devidas restrições sobre os domínios considerados, é possível sustentar versões de BF e CBF. (Para economizar espaço, as versões correspondentes envolvendo uma variável local y — no lugar de x — serão omitidas; porém, podem ser facilmente construídas substituindo-se as restrições sobre D_s e $D_{s'}$ a seguir por, respectivamente, F_s e $F_{s'}$.).

- $\mathcal{SIQ} \models \forall x\, K_i\varphi \to K_i\forall x\, \varphi$ (BF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r'(m') = s'$, $r_i(m) = r'_i(m') \Rightarrow D_s \supseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models K_i\forall x\, \varphi \to \forall x\, K_i\varphi$ (CBF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r'(m') = s'$, $r_i(m) = r'_i(m') \Rightarrow D_s \subseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models \forall x\, D_G\varphi \to D_G\forall x\, \varphi$ (BF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r'(m') = s'$, e todo $i \in G$, $r_i(m) = r'_i(m') \Rightarrow D_s \supseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models D_G\forall x\, \varphi \to \forall x\, D_G\varphi$ (CBF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r'(m') = s'$, e todo $i \in G$, $r_i(m) = r'_i(m') \Rightarrow D_s \subseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models \forall x\, [F]\varphi \to [F]\forall x\, \varphi$ (BF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r(m') = s'$, $m < m' \Rightarrow D_s \supseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models [F]\forall x\, \varphi \to \forall x\, [F]\varphi$ (CBF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r(m') = s'$, $m < m' \Rightarrow D_s \subseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models \forall x\, [P]\varphi \to [P]\forall x\, \varphi$ (BF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r(m') = s'$, $m > m' \Rightarrow D_s \supseteq D_{s'}$;

- $\mathcal{SIQ} \models [P]\forall x\, \varphi \to \forall x\, [P]\varphi$ (CBF)

  sse, para $r(m) = s$ e $r(m') = s'$, $m > m' \Rightarrow D_s \subseteq D_{s'}$.

A esta altura, é importante examinar mais algumas teses, desta vez envolvendo a relação de igualdade entre termos, bem como sua interação com os operadores modais e o predicado Adm_i, . Pois bem, é possível checar, de acordo com a semântica proposta acima, que valem apenas as seguintes versões mais "fracas", envolvendo apenas variáveis globais:

$\mathcal{SIQ} \models x = x' \to K_i(x = x')$; $\mathcal{SIQ} \models x = x' \to D_G(x = x')$;

$\mathcal{SIQ} \models x = x' \to [F](x = x')$; $\mathcal{SIQ} \models x = x' \to [P](x = x')$;

$\mathcal{SIQ} \models x \neq x' \to K_i(x \neq x')$; $\mathcal{SIQ} \models x \neq x' \to D_G(x \neq x')$;

$\mathcal{SIQ} \models x \neq x' \to [F](x \neq x')$; $\mathcal{SIQ} \models x \neq x' \to [P](x \neq x')$;

$\mathcal{SIQ} \models x = x' \to (Adm_i(x) \to Adm_i(x'))$.

A justificativa intuitiva é mais ou menos óbvia. Na medida em que se está lidando com termos flexíveis (cuja denotação pode variar de um estado global s para outro), não se pode ter a garantia de que dois termos que denotem o mesmo indivíduo em uma ocasião permaneçam denotando o mesmo indivíduo em outras circunstâncias. Por outro lado, se os termos em questão são variáveis globais, essa identidade é garantida. Neste caso, a variável denota "rigidamente" o mesmo indivíduo de acordo com a mesma atribuição σ; enquanto que no caso dos termos flexíveis (variáveis locais e funções), suas denotações consistem em funções de F, as quais, para cada ponto (r, m), podem ou não determinar os mesmos valores (indivíduos) para seus argumentos.

3. O sistema QK4.S5$_n$

Antes de apresentar uma axiomatização, algumas definições precisam ser estabelecidas. Como são noções usuais, seguem de maneira breve e sem muito rigor. Seja $\varphi \in \mathcal{L}_n$. Uma variável z em $\varphi[z]$ é substituível por uma variável livre z' se nenhuma ocorrência livre de z em $\varphi[z]$ ocorre no escopo de algum $\forall z'$ em φ. . A expressão $\vdash \varphi$ significa que φ é teorema de QK4.S5$_n$. Uma fórmula φ. é derivável em QK4.S5$_n$ de um conjunto Δ de fórmulas de $\mathcal{L}_n$ – ou simplesmente: $\Delta \vdash \varphi$ — sse, para alguns $\delta_1, \ldots, \delta_n \in \Delta$, é o caso que $\vdash \delta_1 \wedge \ldots \wedge \delta_n \to \varphi$.

Nos esquemas de axiomas a seguir, considerar $\Rightarrow$ como a relação de inferência entre fórmulas, e $\Box$ como representando uma das modalidades primitivas de $\mathcal{L}_n$ (epistêmicas ou temporais).

$Taut$ MP	*(todas as instâncias de tautologias clássicas)* $\varphi \to \psi, \varphi \Rightarrow \psi$
K 4 Nec	$\Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$ $\Box\varphi \to \Box\Box\varphi$ $\varphi \Rightarrow \Box\varphi$
T 5	$K_i\varphi \to \varphi$ $\quad D_G\varphi \to \varphi$ $\neg K_i\varphi \to K_i\neg K_i\varphi$ $\quad \neg D_G\varphi \to D_G\neg D_G\varphi$
$D1$ $D2$	$D_{\{i\}}\varphi \to K_i\varphi$ $D_G\varphi \to D_{G'}\varphi$ (para $G \subseteq G'$)
$F\ P$ $P\ F$	$\varphi \to [F]\langle P\rangle\,\varphi$ $\varphi \to [P]\langle F\rangle\,\varphi$
$ConFracaF$ $ConFracaP$	$\langle P\rangle\langle F\rangle\,\varphi \to (\langle P\rangle\,\varphi \vee \varphi \vee \langle F\rangle\,\varphi)$ $\langle F\rangle\langle P\rangle\,\varphi \to (\langle P\rangle\,\varphi \vee \varphi \vee \langle F\rangle\,\varphi)$
$VacQuant$ $UnivDistr$ $Perm$ $UnivInst$ Gen	$\forall z\,\varphi \leftrightarrow \varphi$ (onde z não ocorre livre em φ) $\forall z\,(\varphi \to \psi) \to (\forall z\,\varphi \to \forall z\,\psi)$ $\forall z\,\forall z'\,\varphi \leftrightarrow \forall z'\,\forall z\,\varphi$ $\forall z'\,(\forall z\,\varphi[z] \to \varphi[z/z'])$ (onde z é substituível por z' em φ) $\varphi \Rightarrow \forall z\,\varphi$
$Ident$ $SubstTer$ $SubsFor$ $NecId$ $NecDif$	$t = t$ $t = t' \to (t''[z/t] = t''[z/t'])$ $t = t' \to (\varphi[z/t] \to \varphi[z/t'])$ (para φ atômica) $x = x' \to \Box(x = x')$ $x \neq x' \to \Box(x \neq x')$

Teorema 3.1 [Correção de QK4.S5$_n$ com respeito a $\mathcal{SEGV}$). *O sistema QK4.S5$_n$* é correto com respeito à classe de todos os sistemas interpretados quantificados *(e, portanto, com respeito à classe de todos os sistemas de estados globais variáveis SEGV).*

A prova, embora demorada e tediosa, é relativamente fácil e envolve, como de praxe, a verificação da validade de todos os axiomas de *QK4.S5$_n$* com respeito às cláusulas de satisfatibilidade para *SIQ* e de que suas regras de inferência (,e) preservam a validade das fórmulas consideradas. Será omitida aqui por óbvia economia de espaço.

4. Considerações finais

Como foi avisado no início, os resultados aqui expostos são parciais e compõem uma pesquisa em andamento. O propósito deste trabalho pretendeu apenas tecer modestas considerações sobre a combinação da lógica epistêmica de primeira ordem com uma lógica temporal minimal. Muito ainda falta ser feito e os próximos passos certamente envolverão a prova da completude da axiomatização proposta, bem como considerações complementares sobre a expressividade da linguagem apresentada e sua aplicação em casos concretos, além de desdobramentos muito mais complexos, como o funcionamento de sistemas de troca de mensagens (*message-passing systems*) empregando o aparato formal acima, a consideração de ações individuais e coletivas alterando estados globais, e a possibilidade do emprego de recursos como a abstração de predicados visando um maior refinamento no exame da distinção *de re* / *de dicto* no interior dos enunciados.

Referências

BELARDINELLI, F., LOMUSCIO, A. (2007) Quantified Epistemic Logic with Flexible Terms. A Meeting of the Minds: Proceedings of the Workshop on Logic, Rationality and Interaction LORI07. London: College Publications.

BELARDINELLI, F., LOMUSCIO, A. (2008) A Complete First-Order Logic of Knowledge and Time. Proceedings, Eleventh International Conference on Principles of Knowledge, Representation and Reasoning. Palo Alto, CA: AAAI Press.

FAGIN, R.; HALPERN, J.Y.; MOSES, Y.; VARDI, M.Y. (1995) Reasoning about Knowledge. Cambridge: MIT Press.

FITTING, M.; MENDELSOHN. (1996) First-Order Modal Logic. Dordrecht: Kluwer Academic Press.

HINTIKKA, J. (2005) Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions. London: King's College London Publications.

HUGHES, G.E.; CRESSWELL, M.J. (1996) A New Introduction to Modal Logic. London: Routledge.

MEYER, J.-J.C.; HOEK, W.V.D. (1995) Epistemic Logic for IA and Computer Science. Cambridge: Cambridge University Press.