



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2020

1ª Prova – 05/01/2020

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

D1

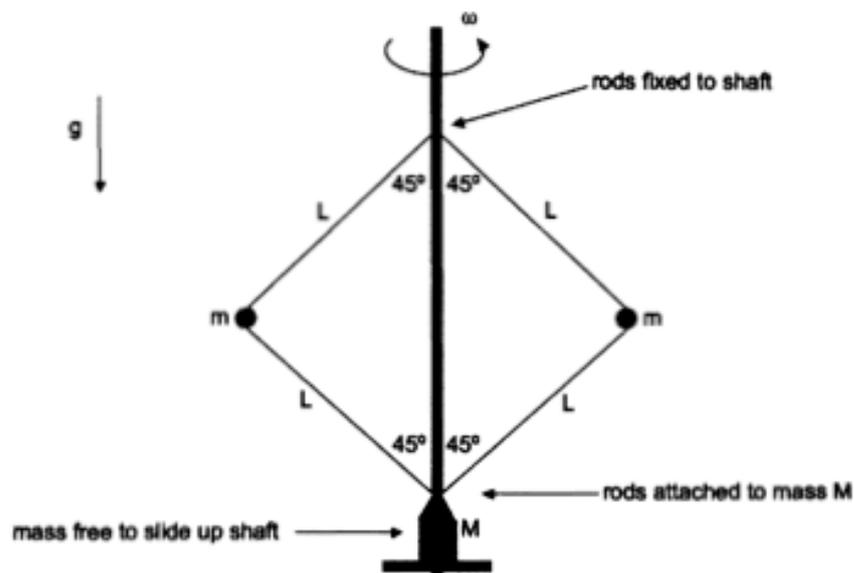
Candidato	D1
------------------	-----------

Q1 - Uma mola sem massa de comprimento b e constante elástica k conecta duas partículas de massas m_1 e m_2 . O sistema repousa em uma mesa lisa horizontal e pode oscilar e girar.

- Obtenha a Lagrangeana do sistema. (1.25)
- Determine as equações de movimento de Lagrange. (1.25)
- Quais são as quantidades de movimento generalizadas associadas com quaisquer coordenadas cíclicas? (1.25)
- Determine as equações de movimento de Hamilton. (1.25)

Q2 - Duas massas iguais m são fixadas por dobradiças e hastes sem massa de comprimento L a um eixo rotativo vertical e a uma massa M que gira com o eixo, mas é livre para deslizá-lo sem atrito. As hastes superiores são articuladas em um ponto fixo no eixo. Em baixa velocidade angular ω , a massa M não se movimenta em direção ao eixo e as hastes fazem um ângulo de 45° com o eixo, como mostrado na figura. No entanto, se ω exceder um valor específico ω_0 , então a massa M começará a deslizar para cima do eixo (aumentando assim o ângulo entre as hastes e o eixo). A gravidade atua para baixo.

- Desenhe os diagramas de forças para as três massas. Escreva as equações de movimento para cada uma das massas com baixa velocidade ω . Determine as forças que agem sobre as hastes de comprimento L . (2.0)
- Calcule a velocidade angular crítica ω_0 em que a massa M começa a deslizar para cima do eixo. Determine as forças que agem sobre as hastes de comprimento L nesta situação. (2.0)
- Este sistema em rotação possui momento angular? Determine o vetor momento angular deste sistema e o seu momento de inércia. Qual relação vale entre ambos? (1.0)



Q3 - Considere dois autoestados normalizados $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ do Hamiltoniano \hat{H} com autovalores E_1 e E_2 , respectivamente, tal que $E_1 - E_2 = \hbar\omega$.

- Mostre que $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ são ortogonais. **(0.5)**
- Considere o estado $|\psi_-\rangle = \frac{|\psi_1\rangle - |\psi_2\rangle}{\sqrt{2}}$, calcular o valor esperado $\langle E \rangle$ da energia e a dispersão $\langle \Delta E \rangle$ nesse estado. **(1.5)**
- Assuma que em $t = 0$ o sistema está no estado $|\psi(t=0)\rangle = |\psi_-\rangle$. Qual será o estado do sistema $|\psi(t)\rangle$ no instante t ? **(1.5)**
- Considere um observável \hat{A} definido por $\hat{A}|\psi_1\rangle = |\psi_2\rangle$, e $\hat{A}|\psi_2\rangle = |\psi_1\rangle$. Quais são os autovalores λ de \hat{A} no subespaço gerado por $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$? **(1.5)**
- Calcule os autoestados de \hat{A} expressos em termos de $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$. **(0.5)**
- Assuma que em $t = 0$ o sistema está no estado $|\psi_-\rangle$ com autovalor $\lambda = -1$. Qual a probabilidade de encontrar $\lambda = -1$ em uma medição de \hat{A} num tempo posterior t ? **(1.5)**

Q4 - Considere o oscilador harmônico tridimensional isotrópico cujo hamiltoniano é dado por

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + \frac{m\omega^2}{2} \mathbf{r}^2$$

onde $\mathbf{r} = (x, y, z)$ é o vetor posição em relação a origem de coordenadas.

- Escreva os valores das autoenergias. **(0.75)**
- Mostre que em termos dos números quânticos radial n_r ($n_r = 0, 1, 2, 3, \dots$) e orbital ℓ , as autoenergias são expressas como $E_{n\ell} = \hbar\omega(N + \frac{3}{2})$, $N = 0, 1, 2, \dots$ sendo $N = 2n_r + \ell$, o número quântico principal. Calcular o grau de degenerescência de cada nível N . **(2.25)**

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2020.1

Candidato	D1	Questão	Q1
------------------	-----------	----------------	-----------

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2020.1

Candidato	D1	Questão	Q2
------------------	-----------	----------------	-----------

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2020.1

Candidato	D1	Questão	Q3
------------------	-----------	----------------	-----------

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2020.1

Candidato	D1	Questão	Q4
------------------	-----------	----------------	-----------