Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2020

2ª Prova – 06/02/2020

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato **D1**

Candidato	D1

Q1 - Considere 1 mol de gás ideal em um processo reversível, submetido à sucessão de processos exibidos na Fig.1, onde as curvas BC e DA representam isotermas.

a) Calcule a variação de energia interna, o trabalho e a variação de calor entre no trecho $A \rightarrow B$ em termos de R, T_1, T_2, C_P (capacidade térmica por mol à pressão constante) e C_V (capacidade térmica por mol a volume constante). Seus resultados são consistentes com a 1ª lei da termodinâmica? **(1.5 pts.)**

b) Calcule o trabalho total realizado neste circuito completo em termos de R, P_0, V_0, T_1, T_2. **(1.5 pts.)**

c) Complete as lacunas da tabela 1, realizando o balanço de energia da 1ª lei da termodinâmica em cada trecho do processo. **(1.5 pts.)**

	Trecho $A \rightarrow B$	Trecho $B \rightarrow C$	Trecho $C \rightarrow D$	Trecho $D \rightarrow A$
Trabalho				
ΔQ				
ΔU				
1ª Lei				

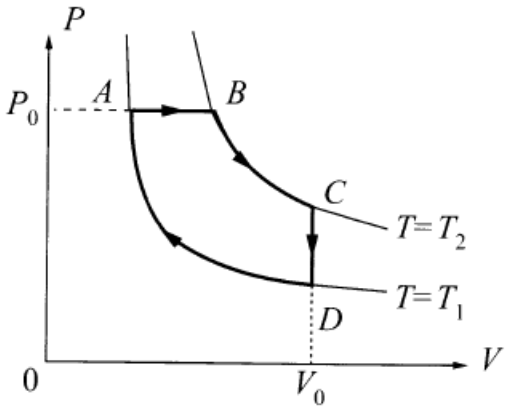

Fig.1: Processos em um gás ideal

Q2 - CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONTAGEM DE ESTADOS – Considere um sistema quântico estacionário, de volume V, descrito por uma função de onda tipo onda plana, $\psi = \psi_0 \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r})$. Considere que o sistema tem a forma de um paralelepípedo de lados, L_x, L_y, L_z, estando sujeito a condições de contorno do tipo $\begin{Bmatrix} \psi(x,y,z) = \psi(x+L_x,y,z) \\ \psi(x,y,z) = \psi(x,y+L_y,z) \\ \psi(x,y,z) = \psi(x,y,z+L_z) \end{Bmatrix}$

a) Todos os valores de momento $\vec{k}$ são permitidos? Determine os valores possíveis de k_x, k_y, k_z. Escreva a energia E do sistema **(0.75 pts.)**

b) Escreva uma expressão para a quantidade de estados acessíveis existem no eixo-x do espaço dos momentos no intervalo infinitesimal, $[k_x, k_x + dk_x]$. Atuando no espaço dos momentos, escreva a expressão para o número de estado acessíveis contidos no elemento de volume $d^3\vec{k} = dk_x dk_y dk_z$ e densidade de estados por unidade volume no espaço-k. **(0.75 pts.)**

c) É possível escrever o elemento de volume na forma $d^3\vec{k} = 4\pi k^2 dk$? Explique. Encontre então a densidade de estados por unidade de momento, $\rho(k)$, e a densidade de estados por unidade de energia, $\rho(E)$. **(1.0 pt)**

d) Sabendo que o número de partículas por unidade de energia é $dN = \rho(E)dE$, o número total de partículas neste sistema é dado por $N = 2\int_0^{E_F} \rho(E)dE$. Encontre uma relação entre N e E_F e determine E_F. **(1.0 pt)**

e) Considerando o fator 2 à frente da integral no item (d), este é um sistema de bósons ou férmions? Qual o significado de E_F? Descreva como os níveis de energia deste sistema estarão preenchidos. Use um diagrama esquemático. **(1.0 pt)**

f) Baseado nas informações do item (d), escreva uma expressão integral para energia total, E_{Tot}, deste sistema. Integrando, mostre que: $E_{Tot} = \frac{3N}{5} E_F$. **(1.0 pt)**

Q3 - Usando o método da separação de variáveis é possível mostrar que a solução geral para o potencial elétrico em coordenadas esféricas para sistemas com simetria azimutal é dada por:

$$V(r,\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos\theta)$$

onde A_l e B_l são constantes arbitrárias, r é a posição com relação à origem do sistema de coordenadas e $P_l(\cos\theta)$ são os polinômios de Legendre, que podem ser gerados pela Fórmula de Rodrigues:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx} \right)^l (x^2 - 1)^l.$$

Considere uma esfera oca de raio R, cuja superfície está sob um potencial $V_0(\theta) = k\,\mathrm{sen}^2(\theta/2)$. Com base nas relações acima, encontre:

a) o potencial elétrico dentro da esfera; **(2.5 pts)** e

b) o potencial elétrico fora da esfera. **(2.5 pts)**

Q4 - Considere um solenóide cilíndrico de raio R, muito longo (em que o raio R é muito menor que seu comprimento). O solenóide é formado por n espiras por unidade de comprimento e é percorrido por uma corrente i, conforme mostrado na Fig. 2.

a) É correto considerar o campo **B** constante dentro do solenoide? Explique **(0.5 pts)**

b) Use a lei de Ampère e calcule o campo magnético dentro e fora do solenoide, deixando claro os contornos de integração adotados. **(1.5 pts)**

c) Com o resultado do item (b), calcule o potencial vetor magnético **A** dentro e fora do solenoide. Dica: use coordenadas cilíndricas. **(2.0 pts)**

d) Qual dos seguintes cenários você encontrou fora do solenóide: (i) potencial **A** nulo e campo **B** nulo, (ii) potencial **A** não nulo e campo **B** nulo ou (iii) potencial **A** nulo e campo **B** não nulo? Discuta a realidade Física do resultado encontrado. **(1.0 pts)**

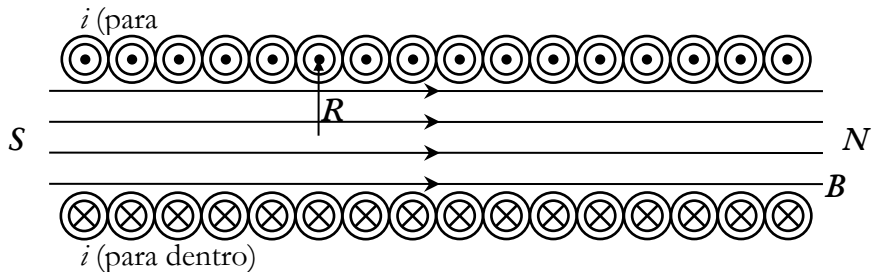

Fig.2: Solenóide cilíndrico e longo.

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q1**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q2**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q3**

Candidato	**D1**	**Questão**	**Q4**