



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Mestrado/Doutorado em Física

2º Semestre de 2021

2ª Prova – 06/10/2021

Eletromagnetismo e Mecânica Estatística

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

M1

Q1 - Considere duas esferas metálicas, concêntricas, de espessura finita, no vácuo. A esfera interna tem raios $a_1 < a_2$. A esfera externa tem raios $b_1 < b_2$ (ver Figura 1).

- A) Uma carga Q_1 é colocada sobre a esfera interna e uma carga Q_2 sobre a esfera externa:
- Encontrar a densidade de carga sobre dada uma das 4 superfícies. (1,0 pts)
 - Se $Q_2 = -Q_1$, qual é a capacitância do sistema? (1,0 pts)
- B) Se o espaço entre as esferas é preenchido com um material isolante de constante dielétrica ϵ_1 :
- Quais serão as densidades superficiais de carga para valores arbitrários de Q_1 e Q_2 . (1,0 pts)
 - Quais as densidades de carga polarizada para valores arbitrários de Q_1 e Q_2 . (1,0 pts)
 - Qual a capacitância para $Q_2 = -Q_1$? (1,0pts)

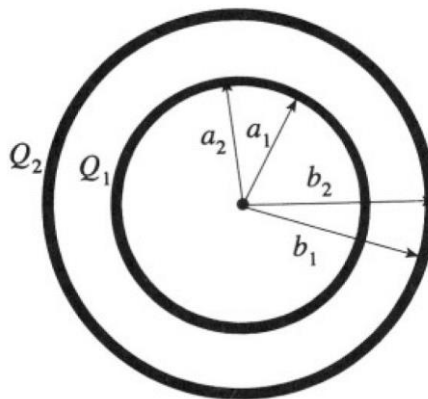


Figura 1.

Q2 - As equações de Maxwell são dadas por

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

onde o vetor deslocamento $\vec{D}$ e o campo magnético $\vec{H}$ são definidos como

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \text{e} \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M},$$

respectivamente. Considerar um material linear, homogêneo e isotrópico

$$(\vec{D} = \epsilon \vec{E} \text{ e } \vec{B} = \mu \vec{H}).$$

- a) Mostrar que as equações de Maxwell são compatíveis com a lei da conservação da corrente, (1,0 pts)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0.$$

[Dica: Usar primeiro a lei de Ampere-Maxwell]

- b) Se $\rho = 0$ e $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, onde σ é a condutividade elétrica do material, mostrar que as componentes dos campos elétrico e magnético satisfazem a seguinte equação diferencial (1,5 pts)

$$\nabla^2 \psi - \mu \sigma \frac{\partial \psi}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

[Dica: Usar a identidade vetorial $\nabla \times (\nabla \times \vec{V}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{V}) - \nabla^2 \vec{V}$ nas equações de Faraday e Ampere-Maxwell para obter as equações dos campos elétrico e magnético, respectivamente.]

- c) Supondo que a solução da equação diferencial do item (b) seja tipo uma onda plana viajando ao longo do eixo-z:

$$\psi(z, t) = \psi_0 e^{-\beta z} e^{i(\alpha z - \omega t)},$$

Expressar as constantes α e β em termos das propriedades do material e de ω . Calcular as soluções para os campos elétrico e magnético compatíveis com as equações de Maxwell. (1,5 pts)

- d) Qual o significado físico das constantes α e β ? (1,0 pts)

Q3 - Considere um gás ideal em um processo reversível.

- (a) Mostre (passo-a-passo) como escrever elemento de trabalho realizado sobre o gás ao sofrer uma expansão de volume infinitesimal. Explícite sua dedução. [0,5 pt]
(b) Calcule o trabalho realizado quando o gás sofre uma compressão isotérmica (à temperatura T), reduzindo o volume a 1/4 do inicial. [1,0 pt]
(c) Calcule o trabalho realizado quando o gás sofre uma compressão adiabática ($PV^\gamma = cte$), reduzindo o volume a 1/3 do inicial. [1,0 pt]
(d) Represente os processos (b) e (c) num diagrama P x V. [0,5 pt]

Q4 - FUNÇÃO DE PARTIÇÃO

- (a) Considere um sistema físico, em equilíbrio térmico, que possui 5 estados acessíveis de energias E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 , dadas por $E_n = nk_B T$. Determine a função de partição para este sistema. [Valor: 1,0 pt]
(b) Determine a energia média e o calor específico desse sistema do sistema. [Valor: 1,0 pt]
(c) Considere agora um oscilador harmônico quântico, cujo espectro de energia é $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$. Calcule a função de partição para este sistema. [Valor: 1,0 pt]

- (d) Calcule a energia média deste sistema. [Valor: 1,0 pt]
- (e) Especifique esta energia média no limite em que $\hbar\omega \ll k_B T$. O que este limite representa fisicamente? Explique. O que ocorre com a energia média no limite $\hbar\omega \gg k_B T$? Que tipo regime físico essa situação representa? [Valor: 1,0 pt]
- (f) Considere agora um sistema composto por N osciladores harmônicos (clássicos) independentes, cuja energia é $E = \sum_{j=1}^{3N} \left(\frac{p_j^2}{2m} + \frac{1}{2} k_j q_j^2 \right)$. Determine a energia média e o calor específico para este sistema. O calor específico é dado pela lei de Dulong e Petit, $c_v = 3R$? Comente. [Valor: 1,0 pt]
- (g) Considere agora um sistema composto por N osciladores harmônicos (quânticos) independentes. Determine a energia total do sistema usando o resultado do item (d). Determine o calor específico deste sistema. [Valor: 1,0 pt]

Dicas: $Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta E_n}$, $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1 - e^{-x}}$, $\bar{E} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$, $C_v = \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right)_v$, $\bar{p} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial V} \ln Z$,

Candidato	M1	Questão	Q1
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	M1	Questão	Q2
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	M1	Questão	Q3
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	M1	Questão	Q4
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	M1	Questão	Q4
-----------	-----------	---------	-----------