



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2022

1ª Prova – 03/03/2022

Mecânica Clássica e Mecânica Quântica

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

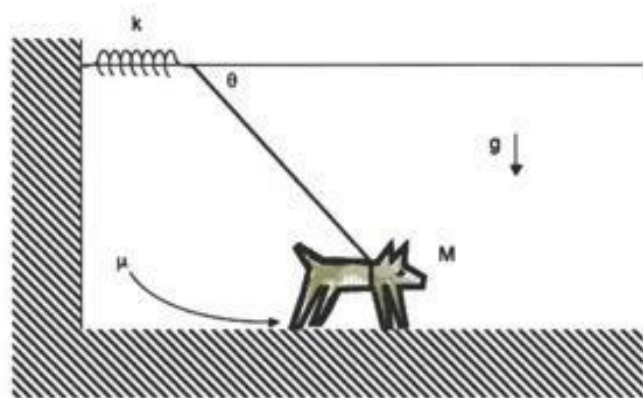
D1

Candidato

D1

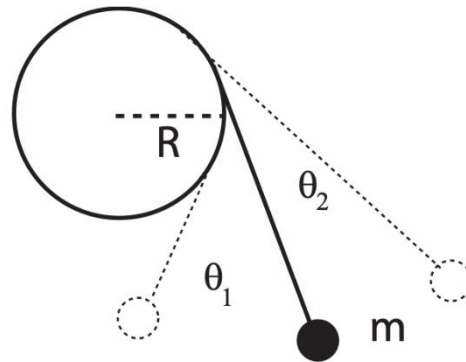
Q1 - Um cão com massa M tem a sua coleira presa à extremidade de uma mola que corre sem fricção ao longo de uma haste horizontal. A outra extremidade da mola é fixada a uma parede. A constante da mola é k . A coleira é rígida, sem massa e inextensível, e mantém um ângulo θ constante com a haste horizontal, mesmo quando o cão se move. Há fricção com coeficiente μ entre o cão e o chão. A gravidade é representada por g .

- Desenhe os diagramas de força que atuam sobre o cão e sobre o ponto da extremidade da mola conectado à coleira (com a mola distendida). **(1.5)**
- Encontre a distância máxima que o cão pode esticar a mola para além do seu comprimento de repouso (em termos de k , M , μ e θ). **(1.5)**
- Encontre a força normal. Discuta se o cão pode perder contato com o chão enquanto distende a mola. **(1.0)**
- Suponha agora que há coeficiente atrito μ' entre a extremidade da mola e a haste horizontal. Como você escreveria essa força de atrito em termos de uma das forças do seu diagrama do item (a)? Explique sua resposta. **(1.0)**



Q2 - Imagine um pêndulo composto por uma massa m e uma corda inextensível de comprimento total l . A extremidade superior da corda é ligada ao ponto mais alto de um disco de raio R ($R < l/\pi$). Vide figura.

- Obtenha a Lagrangiana do sistema. Quantos graus de liberdade tem o pêndulo? Qual ou quais coordenada(s) você escolheu? **(2.0)**
- Obtenha as equações de movimento do pêndulo **(2.0)**
- Encontre a frequência de pequenas oscilações. **(1.0)**



Q3 - Sejam os operadores A e B que satisfazem a seguintes relações

$A\psi_{lm} = l(l+1)\psi_{lm}$, $B\psi_{lm} = m\psi_{lm}$, onde $\{\psi_{lm}\}$ é um conjunto ortonormal de funções, $l = 0, 1, 2, \dots$, e $m = -l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l$. Considerando o seguinte Hamiltoniano $H = aA + bB^2$, Responder as seguintes questões.

- As funções ψ_{lm} são autofunções de energia? Em caso afirmativo, quais são os valores das autoenergias? **(1.0)**
- É possível a existência de alguma degenerescência nos níveis de energia? Qual o grau da degenerescência? Caso exista, explique-a, exibindo os estados degenerados. **(1.0)**
- Suponha que se tenha um estado dado por $\Psi = \sum_m \alpha_m \psi_{lm}$, onde os α_m são coeficientes numéricos. O estado Ψ é autoestado de A ? É autoestado de B ? Explique. **(0.5)**
- Considerando que $l = 2$, após uma medida do operador B sobre o estado Ψ , quais valores podem ser obtidos e com qual probabilidade? **(2.0)**
- Suponha que ao medir B no item (d), obtém-se $+1$. Qual o estado do sistema após esta medida? Explique sua resposta. **(0.5)**

Q4 - Um elétron está submetido a um campo magnético constante, $\vec{B} = (B_0, 0, B_0)$

- Sabendo que $H = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B}$, construa a matriz do Hamiltoniano para esse sistema na base de autoestados de S_z , dada por $\{|+\rangle, |-\rangle\}$. **(1.5)**
- Encontre os autovalores e autovetores de H , em função de γ . **(1.5)**
- Sabendo que o sistema está inicialmente ($t = 0$) no estado $|+\rangle$, determine o estado do sistema em $t > 0$. **(2.0)**

Candidato	D1	Questão	Q1
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q2
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q3
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q4
------------------	-----------	----------------	-----------