



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Doutorado em Física

2º Semestre de 2022

2ª Prova – 01/09/2022

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

D1

Q1 - Considere duas máquinas térmicas distintas cujos ciclos termodinâmicos estão ilustrados nas Figs. (1a) e (1b).

- Uma máquina térmica usual trabalha conectada com reservatórios de capacidade térmica infinita a temperaturas T'_1 e T'_2 , com $T'_1 > T'_2$, tendo seu ciclo representado no diagrama da Fig. 1(a). Identifique e classifique as 4 etapas do ciclo termodinâmico ilustrado na Fig. (1a). Para tal máquina, a temperatura dos reservatórios pode variar? Explique. **(1,5)**
- Considere agora a segunda máquina térmica ideal que opera entre dois reservatórios térmicos de capacidade térmica finita, C , em temperaturas iniciais T'_1 e T'_2 , com $T'_1 > T'_2$. Em cada ciclo, uma quantidade de calor $dQ_1 = -C dT_1$ é fornecida pelo reservatório mais quente ($dT_1 < 0$) e calor $dQ_2 = -C dT_2$ ($dT_2 > 0$) é absorvido para o reservatório mais frio, estabelecendo um comportamento não usual para máquinas térmicas. Baseado nessa informação e no ciclo da Fig. (1b), discuta como essa segunda máquina se diferencia da primeira máquina térmica descrita no item (1a). Os reservatórios agora permanecerão à temperatura constante? Haverá uma temperatura de equilíbrio térmico para os dois reservatórios do sistema? Explique o que acontece. **(0,6)**
- Qual a variação de entropia S num ciclo reversível? Explique. **(0,6)**
- Como a segunda máquina é ideal e reversível, vale $dS = dQ_1/T_1 + dQ_2/T_2$. Determine a temperatura de equilíbrio térmico em função de T'_1 e T'_2 . Especifique seu resultado para $T'_1 = 200^\circ\text{C}$ e $T'_2 = 150^\circ\text{C}$ e a capacidade de calor de ambos os reservatórios $C = 5,0 \text{ MJ/K}$. **(1,3)**
- Partindo da 1ª lei de Termodinâmica, calcule o trabalho total realizado pela segunda máquina em 1 ciclo completo (logo no início do seu funcionamento). **(1,2)**
- Discuta o que acontece com o funcionamento da máquina quando as temperaturas dos reservatórios se igualam. **(0,8)**

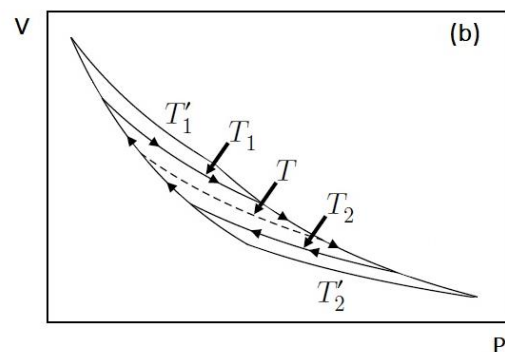
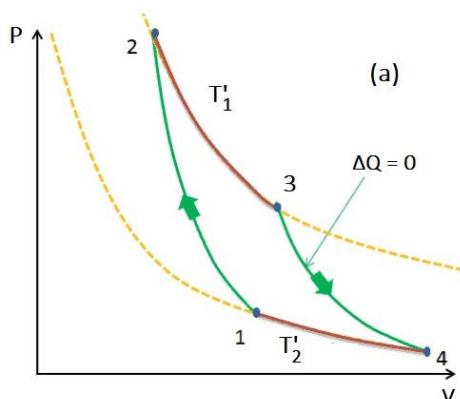


Figura 1: Ilustração do ciclo de duas máquinas térmicas

Q2 - Considere um gás diluído de partículas massivas confinado a um cilindro vertical, com altura ℓ e duas extremidades (tampas) de área L^2 . Levando em conta o efeito da gravidade sobre o gás, o hamiltoniano de uma partícula é escrito como $H_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{p^2}{2m} + mgz$, onde z é a coordenada vertical e m é a massa de uma partícula. Determine:

- Determine a função de partição $Z_1 = \int \frac{d^3p d^3q}{h^3} \exp(-\beta H_1)$ de uma partícula desse gás e discuta o resultado quando $\beta mg\ell \gg 1$ e $\beta mg\ell \ll 1$. **(1,8)**
- Encontre a energia livre de Helmholtz de uma partícula. **(1,2)**
- Use a expressão para a energia livre de Helmholtz para determinar a pressão sobre a tampa superior do cilindro. Verifique e discuta o resultado para valores muito grandes de ℓ e para $\ell \rightarrow 0$. **(1,0)**

Q3- A lei de Coulomb foi descoberta pelo físico francês Charles Augustin de Coulomb, em 1785, proposta para descrever a força entre corpos puntiformes eletricamente carregados. Em seus experimentos, Coulomb observou que a força entre duas cargas elétricas satisfazia as seguintes propriedades: (i) era diretamente proporcional ao produto das magnitudes das cargas, era inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas (r), (iii) agia sempre ao longo da reta que as unia, possuindo a seguinte expressão matemática:

$$\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r},$$

onde K é uma constante de proporcionalidade bem conhecida: $K = 1/4\pi\epsilon_0$.

- A lei de Coulomb pode ser usada para calcular a força entre um corpo extenso com carga Q e uma carga de prova pontual q_p ? Explique como, caso sua resposta seja positiva. **(0,5)**
- Determine a força entre um fio infinito de densidade linear de carga λ e uma carga de prova q_p localizada a distância D do fio, conforme esquema da Fig. (1), usando integração simples. **(1,5)**

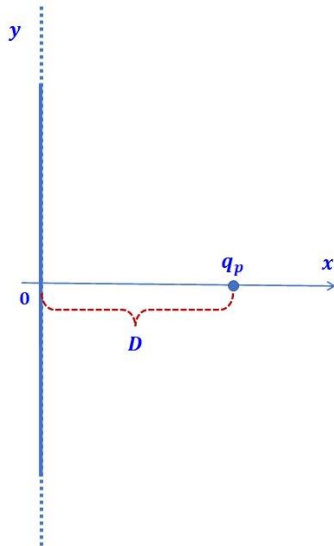


Figura 2: Fio infinito de densidade de carga λ

- c) Partindo do resultado (b) escreva o campo elétrico que o fio infinito gera sobre a carga de prova. Obtenha agora o campo elétrico usando a lei de Gauss e compare os resultados. **(1,0)**
- d) Dada a expressão da variação de potencial, $V(P_2) - V(P_1) = -\int_{P_1(C)}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$, encontre o potencial sobre o ponto onde está situada a carga tomando como referência o potencial de um ponto localizado à distância $D/2$ do fio: $V(D/2) = V_0$. **(1,0)**
- e) Considere agora um fio de comprimento finito L e carga Q , conforme ilustrado na Fig. (2). Determine a força resultante sobre a carga de prova por integração simples. **(1,5)**

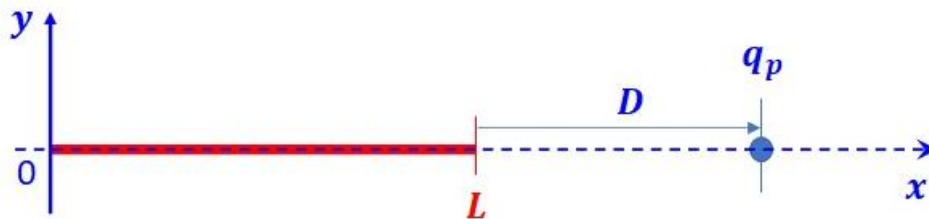


Figura 3: Fio horizontal de carga Q

Dica: $\int \frac{dy}{[a^2 + y^2]^{3/2}} = \frac{y}{a^2[a^2 + y^2]^{1/2}}, \quad \int \frac{y dy}{[a^2 + y^2]^{3/2}} = \left[\frac{-1}{[a^2 + y^2]^{1/2}} \right]$

Q4 - Considere as equações de Maxwell no vácuo em um meio genérico de índice de refração n :

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} = \vec{j}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (4)$$

onde $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$.

- a) Partindo das equações acima, é possível escrever $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$? Explique. Dentro dessa hipótese é possível escrever $\vec{E} = -\nabla\phi - \partial\vec{A}/\partial t$? Explique como. **(1,0)**
- b) Suponha que a equação (4) fosse escrita (no vácuo) como $\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m$. Qual a consequência física desta equação? Determine o campo $\vec{B}$ em todo o espaço. Escreva este campo vetorialmente e faça um mapa vetorial do mesmo. **(0,75)**
- c) Considerando $\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m$, é possível escrever $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ e $\vec{E} = -\nabla\phi - \partial\vec{A}/\partial t$? Explique. **(0,50)**
- d) Partindo das equações de Maxwell no vácuo, do item anterior, encontre equações de onda para os campos $\vec{B}$ e $\vec{E}$ aplicando o operador rotacional nas Eqs. (1) e (2). Qual a velocidade de propagação destas ondas? **(1,0)**
- e) Considere as equações de onda encontradas no item (d) na ausência de fontes, $\rho = 0, \vec{j} = 0$. Suponha que os campos elétrico e magnético possuem uma dependência harmônica da forma, $\vec{E}(r,t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$, $\vec{B}(r,t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$, onde $\vec{E}_0$ e $\vec{B}_0$ são vetores constantes. Reescreva as equações de Maxwell nesta situação em termos de $\vec{E}_0$ e $\vec{B}_0$, $\vec{k}$, ω . Qual relação de ω em função de $\vec{k}$ (relação de dispersão)? Identifique o vetor $\vec{k}$ e o situe espacialmente em relação aos campos $\vec{B}$ e $\vec{E}$. Escreva $\vec{B}_0$ em função de $\vec{E}_0$. **(1,25)**

Candidato	D1	Questão	Q1
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q2
-----------	----	---------	----

Candidato	D1	Questão	Q3
------------------	-----------	----------------	-----------

Candidato	D1	Questão	Q4
------------------	-----------	----------------	-----------