



UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

FUNDAÇÃO Instituída nos termos da Lei nº 5.152, de 21/10/1996 – São Luís – Maranhão

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Exame de Seleção

Doutorado em Física

1º Semestre de 2023

2ª Prova – 28/02/2023

Mecânica Estatística e Eletromagnetismo

Instruções

- Cada prova tem duração de 4 horas.
- Não se identifique no caderno de respostas.
- Não é permitido consulta a materiais bibliográficos que não o formulário entregue junto com a prova, o qual deve ser devolvido no final da prova.
- Não é permitida a utilização de equipamentos eletrônicos tais como celulares, calculadoras e outros.
- Responda a questão na folha indicada para cada questão.
- Caso seja necessário utilizar mais de uma página, solicite uma folha extra, registrando seu código e questão nos campos indicados.
- Para borrão, utilize as folhas indicadas como borrão no final de cada caderno de prova. É importante salientar que as respostas contidas nessas folhas não serão consideradas.

Candidato

D1

Candidato	D1
-----------	-----------

Q1 - Na termodinâmica, a entropia é uma função de estado, que depende de cada ponto do sistema em questão.

a) O elemento infinitesimal de entropia é definido por $dS = d'Q/T$, onde $d'Q$ é uma diferencial inexata (de calor). Explique o que significado e decorrência de $d'Q$ ser uma diferencial inexata. É possível definir a função de estado para o calor Q ? Explique. Responda se dS é uma diferencial inexata ou exata. **(1,25)**

b) Suponha um fluido termodinâmico incompressível que sofre uma variação de temperatura de T_1 para T_2 (a volume constante). Usando a 1ª lei da termodinâmica, $d'Q - dW = dU$. Escreva dU em termos da capacidade térmica a volume constante. Determine a variação de entropia. **(1,0)**

c) Suponha um gás ideal em um processo reversível. Escreva o elemento infinitesimal de entropia em função de T, dT, V, dV . Determine a variação de entropia do gás quando a temperatura varia de T_1 para T_2 e o volume varia de V_1 para V_2 . **(1,0)**

d) Na representação da entropia a equação fundamental do gás ideal monoatômico clássico é dada pela expressão:

$$S = \frac{3}{2} N k_B \ln \frac{U}{N} + N k_B \ln \frac{V}{N} + N k_B c,$$

onde c é uma constante, U é a energia interna, N é o número de partículas do sistema, k_B é a constante de Boltzmann. A partir da equação acima, escreva a energia interna em termos de S, V, N, k_B, c . **(1,25)**

e) Partindo do resultado anterior e da expressão,

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V,N},$$

escreva a entropia S em termos de V, N, k_B, T, c . **(1,0)**

f) Usando os resultados dos item (d) e (e), escreva a energia livre de Helmholtz, $F = U - TS$, em termos apenas de V, N, k_B, T, c . Baseado em seu resultado, discuta se é possível escrever a lei de Boyle para um gás perfeito usando-se $P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T,N}$. **(1,0)**

Q2 - Considere um sistema de N partículas não-interagentes em contato com um reservatório térmico a uma temperatura T . Cada partícula pode ter energia 0 , $\varepsilon > 0$ ou 3ε , assim:

- a) Obtenha a função canônica de partição para o sistema. **(1,25)**
- b) Determine as densidades de energia livre $f = f(T)$ e de energia interna $u = u(T)$. **(1,0)**
- c) Esboce um gráfico da energia interna u em função da temperatura T (Dica: indique claramente os valores de u nos limites $T \rightarrow 0$ e $T \rightarrow \infty$). **(1,25)**

Q3- Sejam dois cilindros condutores e concêntricos de raios, interno a_1 e externo a_2 . O espaço entre eles está preenchido com um material dielétrico de permissividade ϵ . O condutor externo está aterrado e o condutor interno está submetido a um potencial positivo V_0 .

- a) Calcular o campo elétrico na região $a_1 < r < a_2$. **(1,0)**
- b) Calcular o potencial eletrostático na região $a_1 < r < a_2$. **(1,0)**
- c) Calcular os potenciais e os campos elétricos nas regiões $0 < r < a_1$ e $r > a_2$. **(1,0)**
- d) Calcular as densidades de carga superficial nos condutores e indicar a localização das mesmas (mostrar em um desenho). **(1,0)**
- e) O sistema configura um capacitor? Se a resposta for negativa, explicar o porquê. Se a resposta for positiva, argui-a, e calcular a capacitância. **(1,0)**

Q4 - As equações de Maxwell são dadas por

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{D} &= \rho, & \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0, & \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},\end{aligned}$$

onde $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, o vetor deslocamento elétrico, e $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$, o campo magnético, $\vec{M}$ a magnetização do meio. Considerar um material linear, homogêneo e isotrópico ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ e $\vec{B} = \mu \vec{H}$).

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2023.1

a) As equações de Maxwell são compatíveis com a lei da conservação da corrente (equação de continuidade)? Responda demonstrando sua resposta. **(1,0)**

b) Se $\rho = 0$ e $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, onde σ é a condutividade elétrica do material, mostre que as componentes dos campos elétrico e magnético satisfazem a seguinte equação diferencial **(1,0)**

$$\nabla^2 \psi - \mu\sigma \frac{\partial \psi}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

c) Supondo que a solução da equação diferencial do item (b) seja tipo uma onda plana viajando ao longo do eixo-z:

$$\psi(z, t) = \psi_0 e^{-\beta z} e^{i(\alpha z - \omega t)},$$

calcular as constantes α e β em termos das propriedades do material e de ω . Qual o significado físico das constantes α e β ? **(1,5)**.

d) Dada a solução em (c), calcular as expressões dos campos elétrico e magnético compatíveis com as equações de Maxwell. **(1,5)**

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2023.1

Candidato	D1	Questão	Q1
-----------	----	---------	----

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2023.1

Candidato	D1	Questão	Q2
-----------	----	---------	----

Candidato	D1	Questão	Q3
-----------	----	---------	----

Exame de Seleção – Programa de Pós-Graduação em Física – 2023.1

Candidato	D1	Questão	Q4
-----------	----	---------	----